УЧЕЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА

Циљ нам је да дамо јаснију слику припреме наставе за савлађивање математичких појмова. Услови за учење појмова морају се јасније прецизирати и размотрити. Бавићемо се практичним предлозима осмишљавања наставе математике у оквиру које се појмови уводе и знања о њима продубе.

О којим појмовима је овде реч

Уопштено, о појму говоримо онда када известан број објеката или догађаја на основу извесних заједничких карактеристика бива означен заједничким именом.

Ослањајући се на појмовну логику разматрамо различите врсте математичких појмова. У вези са тим морамо направити разлику између "појмова који се односе на особине" и "појмова који се односе на релације".

Појмови који се односе на особине (карактеристике) могу се приписати појединим објектима (троугласт, четвороугаон, природан број, ...).

Појмови који се односе на релације могу бити придружени одређеним перовима или групама од по три и више објеката (дужи је од ..., лежи између ... и ...).

Разликујемо још "просте" и "сложене" појмове.

Сложени (извени, дефинисани) се могу, кроз дефиницију, сводити на друге појмове, док се са једноставнијим то више не може чинити.

Прости појмови у математици тзв. "основни појмови" (тачка, права,..., лежи на, ...). Избор основног појма је у извесној мери произвољан, односно зависи од избора аксиоматске базе.

У школској настави (која није аксиоматска) прости појмови су они који "не захтевају даља објашњења" што наведена чињеница има релативно значење.

Пример – сећи се, лежи испод (изнад, лежи лево), десно од, површ, лопта итд...

Такви појмови се обично уче непосредно, "апстраховањем" из примера непосредне околине и повремено бивају разјашњени речима из свакодневног говора.

Са друге стране неопходно је разликовати појмове према врсти и дефиницији. Може се десити да један исти појам буде дефинисан на више начина када очигледна класификација није могућа.

У математици су познате следеће дефиниције појмова:

а) Конвенционална дефиниција

У таквој дефиницији наведени су услови који се морају испунити да би се објекат или појава свео под тим појмом.

Пример – 1) Ако су ***a*** и ***b*** две различите праве, и ако је **P** њихова заједничка тачка, онда је P тачка пресека датих правих.

2) Страница праоулог троугла, која лежи наспрам правог угла назива се ***хипотенузом***.

б) Реална дефиниција

Један појам реално се дефинише сврставањем под надређени појам исте врсте и навођењем једне или више карактеристике те врсте.

Пример:

Појам	Појам врсте	Карактеристика врсте
Трапез	Четвороугао	Две странице су паралелне
Истокраки травез	Трапез	Два иста (унутрашња) угла на једној од паралелних страница
Правоугаоник	Четвороугао Паралелограм	Четири права угла Један прав угао

в) Дефинисање стварних класа еквивалентности ("апстракција")

У математици се појмови често дефинишу и тиме што се у оквиру групе објеката објашњава релација еквиваленције, чиме се одређене класе еквивалентности означавају појмом.

Пример:

Објекти	Релација еквивалентности	Појам
Количине	Је једнако у односу на	Природан број
Дужине	Покрива површину од	Дужина

Навели смо једноствније емпиријске, односно сложене појмове, којима не одговара наведено реално дефинисање.

У мањој мери се односе нпр. На појмове бројки и величина, као и на појмове који не одговарају конвенционалном начину дефинисања. Једноставно би се могло рећи да се ради, пре свега, о појмовима за који је паметније дати различите примере и противпримере који се начешће срећу у настави. То значи да се преносивост размишљања на друге појмове и правила, апстракције у ширем смислу мора проверити. Оваква размишљања у смеру смисаоног уопштавања су у дидактичком смислу препоручена, уколико не постоје конкретнија истраживања.

Смисао формирања појмова: логичка и психолошка страна стварања појмова

Зашто се уопште формирају појмови?

Појмови служе како би се унела прегледност и "структура" у свету стварних и мисаоних објеката. Стајним појмовима сажимањем "сличних" објеката и феномена у "класу", можемо наисти начин утицати на ову целу класу. Онда, у појединачним случајевима, не треба изнова да размишљамо. У том смислу су појмови основа за свако когнитивно функционисање, зато што свет адекватно поједностављују, стандардизују га, чиме га чине порепосивим. Ово исто тако важи зареалан свет као што је наука, нарочити математика.

Стварање појмова има једну објективно-логичку и субјективно-психолошку страну.

Логички гледано, (математички) појам, нпр.*заједничко скупу објеката,* је оно што се да описати (дефинисати) комбинацијом карактеристика и може означити једном речју.

Пример: Појам "прост број".

Дефиниција-Прост број је природан број који није 1, али је дељив са један и са самим собом.

Број објеката, које обухвата овај појам, су:

2,3,5,7,13, ...

Са *психолошког* становишта је битна чињеница да се може формирати "појам" као једна "ментална јединица" у оквиру когнитивне структуре, а да се притом не поседује тачна дефиниција или (уговорена) терминолошка одредница.

Одређени појам може се истаци тако што се каже који објекти спадају под тим појмом, а који не. При том је ван сваке сумње да језичко уобличавање, у одређеним околностима кроз јасно ограничавање у оквиру когнитивне структуре, може доста да олокша сопствено размишљање и комуникацију (улога језика приликом усвајања појма). Познат је и обрнути случај, када поседујемо треминолошку одредницу и вербалну дефиницију за један појам, а да при томе нисмо формирало сам појам (тј. једну одређену менталну јединицу у когнитивну структури).

Са *психолошког* становишта је појам тек онда створен, када се може издвојити од других објеката и када се може генерализовати – у том смислу да се може у новој ситуацији правилно приписати и применити.

Психолошки процес при формирању појмова

Стварање појмова се "у суштини" састоји из делимичних процеса апстркције и генерализовање, а који се одвијају отприлике по следећем редоследу:

- дискриминативна анализа различитих надражајних шема (посматрање објеката);
- формирање хипотезе, о избвојеним заједничким елементима (претпосатвка о заједничким особинама9;
- следи тестирање ових хипотеза у специфичним ситуацијама (провера претпоставки на новим објектима);
- селективно одређивање опште категорије или скупа њихових заједничких карактеристика (избор једне одређене комбинације карактеристика);
- однос карактеристика према релевантним утемељеним идејама (већ постојевим појмовима рода);
- диференцирање новог појма од сродних, раније научених појмова (разликовање сличних појмова);
- генерализовање релевантних карактеристика новонасталог појма у односу на све могуће објекте, односно, појаве (уопштавање појма);
- презентација садржаја новог појма путем језичких симбола (језичко објашњење, именовање или одређење).

Многи истраживачи у настави ово "грубо" може да се преведе и схвати као комплексна опреација, чије суштинске елементе чине издвајање, класификација и уопштавање (видети: основне мисаоне операције).

Учење појмова зависно од развоја мишљења

Код млађе деце наведени процеси односе се, при стварању помјова код млађе деце, на објекте који се могу опажати. Они се могу, у скаду са стадијумом развоја мишљења постепено проширити и на објекте који се не могу директно вербалним односима у когнитивној структури сузити и усмерити на већ постојеће појмове. Методичари истраживачи, означавају *тежишта формирања појмова* у мисаоном развоју природом појмова које треба оформити и то на следећи начин:

- *стицање примарних коцепата* (једоставнијих појмова) у предоперационој фази блиским контактом са различитим узорцима концепта: носиоци концепта су најчешће *опажаји* и познати објекти и дешавања (пример: пас, кућа, кугла, коцка, ...);

- *стицање мањих комплексних секундарних концепата* (сложених појмова) у конкретно-операционој фази: не нужно зависних од опажајних примерака концепта, али барем од конкретно-емпиријских ослонаца, тј. стицање концепта, који не би требало да буду исувише удаљени од ранијег дететовог искуства онога који учи (пример: троугао, четвороугао, квадрат, симетрично, конвексно, ...);

- стицање комплексних
Секундарнихконцепата у фази апстрактно-логичких (формалних) операција: атрибути критеријума концепта и секундарних концепата вишег ранга могуда се, без иканвих конкретних емпиријских ослонаца односе непосредно на когнитивну структуру (пример: цео број, пропорционално, ... – ови појмови се наравно могу примерима на конкретном нивоу већ раније "разумети"!).

Једоставније:

У раним годинама (примарни степен) преовлађује учење на конкретно-визуелним примерима, од којих се у каснијим годинама (секундарни степен) може све више дистанцирати. Једно првенство "индуктивно" стварање појмова може касније да се среусмери у једно првенствено "дедуктивно" старање појмова вербалном дефиницијом са објашњавајућим примерима.

Повећању броја дефинисаних појмова одговара, по природи ствари, повећано рецептивно учење при усвајању појмова.

За тумачење појмова би се овде, уосталом, требало подсетити на развој мишљења, на оперативне принципе усвајања и оперативног обрађивања и на приципе смисаоног учења за појмовно утемељење и структурализацију.

Ови приципи су веома важни за "оперативне" појмове.

Примери:

а) појмови коликчине (количина сједињавања, количина исеченог, део);
б) појмови величине (број, дужина, површина ...);
в) појмови симетрије (симетрија оса, обрта и транслације).

Многи методичари препоручују "генетске дефиниције" (насупрот уобичајеним *је*-дефиниција), које посећа на "настанак" из поступка:

- одговарајуће питање које се поставља не гласи онда:
  - шта је ... ?

него:

- како настаје ... ?

Пример: Појам угла

Је – дефиниција: Угао је фигура коју чине две дужи спојене једном тачком.
Генетска дефиниција: Угао настаје ротацијом дужи око сопствене почетне тачке.

Неки резултат и подстреци за специјално истраживање појмова

Постоји једно посебно истраживање о условима за усвајање појмовима. Ради се о резултатима који су везани за одређене наставне ситуације.

а) Формирање појмова помоћу противпримера и вербалних савета

Доказано је да се појмови најефикасније формирају *комбинацијом примера, контрапримера и вербалних објашњења.*

Код млађих ученика не би требало избегавати вербализацију, као и код одраслих егзактну дефиницију, повезану са примерима и противпримерима. Доказано је да је код одговарајуће вербализације потребно мање примера и протовпримра за успешно формирање појмова, јер онај који учи може да скрати стварање хипотезе ослоњене на примере и контрапримере кроз екплицитно вербално указивање на битне и небитне карактеристике.

Пример: Приликом формирања геометријских појмова као што су квадрат и осна симетрија, не мора да пази на позицију фигуре. Онда сигурно није више потребно много даљих примера даби се ово потврдило.

б) Избор примера и противпримера

- *Примери би требало да буду веома варирани* (укључујући посебни и екстремне случајеве), *како ви се спречила једна "подгенерализација"* (непожељни појмови). Другим речима, треба се побринути да се примери не узимају за противпримере.

Пример: Приликом обраде појма четвороугла, требало би да се као примери појављују квадрати или чак четвороуглови са екстремним разликама у односу страница (у различитим позицијама). Очигледно је потребно укључивати, све примере који се у свакодневници не сматрају таквим.

Одређене језичке одреднице су за ученике, у сваком сличају, додатно корисне.

- *Противпримери треба да буду тако изабрани да се спречи "претерана генерализација"* (непожељно проширивање појима).

Преведено на говорни језик то значи да се мора учинити све да се противпримери не сматрају примерима. Пре свега се мора радити против тежње да се свакидневно признају "приближни примери"за примере (што је несумњива смелост везивања свакодневних појмова: у том смислу је "коцка шећера" сигурно један добар противпример за математички појам коцке, "симетричан" лист дрвета за математички појам осне симетрије. И овде су одређене језичке одрадбе несумњиво корисне за ученике.

- *Примери и њихови противпримери су најефикаснији онда када се примери највише разликују по небитним карактеристикама, а њихови противпримери што је могуће мање по битним карактеристикама.*

Многи методичари дају и оптималану количину примера и противпримера да би се правилно схватио и формирао математички појам. Ипак се треба ослободити представе да постоји идеалан број примера и противпримера потребних за успешно фирмирање једног математичког појма.

Број потребни примера и противпримера зависи од низа фактора:

- зависи од битних и "важних" небитних карактеристика;
- од развијености мишљења ученика, искуства и предзнања;
- зависи од тога да ли појам треба "задржати" једно кратко време или током дужег периода;
- Зависи од тога колико су ученици освојили сратегије за образовање појмова (колико су "зрели" да сами обрате пажњу на битне карактеристике појма).

На крају треба констатовати да *суштина није у броју примера и противпримера, већ у добром бирању и вербалном објашњењу.*

Улога језика приликом усвајања појмова

За усвајање математичких појмова улога језика није занемарљива. Он служи да се значење јасније ограничи, помаже при генерализовању примера и противпримера, наглашавању битних и небитних карактеристика.

Уколико се учење појмова посматра уопштено, онда постаје јасно да улога језика још више превазилази поменути значај. Вишеструка финкција језика наставника и ученика представља се у појединостима на следећи начин:

- на почетку процеса учења, језик наставника има *орјентацону функцију*: наставник на овај или онај начин издваја значај појма који се мора научити и повезује нови материјал, што је битни за смисаони процес учења,

- језик наставник има при даљем формирању појмова, увек *фунцкију усмеравања* (концентрације) пажње: наставник скреће пажњу примерима и противпримерима на битне и небитне карактеристике појма. Томе кореспондира учеников *одговор*, када и зашто се ради о примеру, односно противпримеру (том приликом се постепено за ученика издаваја суштина појма),

- језик наставник (или ученика) има *фунцкију повратне информације*: тачне употребе појмова се потврђују, а погрешне коригују. Успех усвајања сигурно доста зависи од тога, колико је информативна та поратна информација. Нарочити је важно, да гршке при том буду образложене (никако из "мотивационих разлога", него и због помоћи у формирању појмова);

- *језик има функцију називања*: Појму се приписује име. Он, у когнитивној структури, добија у одређеном смислу "етикету" и самим тиме постаје лакши за употребу. Садржај појма именовањем добија назив и тиме постаје лакши за саопштавање. Именовање је тиме битан услов за каснију употребу појма,

- језик има *функцију дефинисања*: Садржај појма вербализацијом добија прецизније контуре *и* (можда) бива сажет упечатљивом дефиницијом. Овим се, опет, добија оно најбитније за могућност трансфера појма: језик нам помаже да научено издвојимо из специфичних ситуација, тако да се може применити у свим могућим ситуацијама.

Методичари раздвајају удео језика приликом усвајања појмова зависно од развоја детета, односно од старости ученика. У том смислу разликујемо две форме одвијања приликом учења појмова у настави.

Постоје два облика усвајања појмова:

- претежно откривајуће усвајање појмова на основу релативно много примера и противпримера, као и на основу малог броја објашњавајућих савета за кратку егзактну вебализацију,

- петежно рецептивно усвајање сложених појмова на основу релативно великог броја објашњења, као и малог броја објашњавајућих примера за широку егкактну вебализацију.

Прва форма прикладна је за млађе ученике (важно је емпиријско искуство), а друга за старије ученике где је важна језичка презентација битних и небитних карактеристика.

ТЕМА 7.

УЧЕЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ ПРАВИЛА

1. Предходне напомене

Задатак нам је да јасније припремимо наставне експерименте за учење математичких правила. Поступак је сличан као код учења појмова. Одмах треба напоменути да језички пренос има суштински значај па ћемо разматрати вербалне облике интеракције (основне форме и стратегије дидактичког разговора између наставника и ученика) и сажети, по могућности, што ближе пракси одговарајући предлозо за рад.

Фазе учења правила ће коначно бити представљене у облику модела и појашњене су на примеру из наставе.

Треба се подсетити термина "учење правила" као смисаоно рецептивно учење "математичких релација" (математички закони, реченице, поступци ...).

Наставна ситуација при учењу правила је најчешће још више језички одређена него при савлађивању појмова, зато што као суштински додатни аспект долази језичко-логичко образлагање. Приликом учења правила, наставним има, пре свега, задатак да "језички подстрекује" (смернице, подстицања, питања), помажући ученику да појмове повежу у правила на прави начин и да их у датим условима (у које спадају већ позната правила) образложе.

Већ је указано на то да је темелно разјашњавање предходних појмова неопходан услов за учење математичких правила, зато што ће изостати разумевањем ако један битан услов недостаје.

Важно техничко помоћно средство предавачу да испуни предходне услове, је, по могућности графичко представљање структуре учења.

Термин "правило" се употребљава у много ширем смислу, него што то одговара његовој уобичајеној језичкој употреби у оквиру језика (српског). "Учење правила" значи поимање увиђањем повезаности више појмова у једној реченици, законитости или закономерности, али исто тако и у вербалној дефиницији као "правило за класификовање" или у унутрашњем мисаоном поступку. Овде се мисли и има у виду "школско знање" са његовим добрим својствима: потпуно разумевање међусобних односа на основу појмова који су у потпуности изграђени. У математици бисе, у скалду са тим, могло пронаћи нешто као "разумети образложење". Пошавши од ових претпоставки оно што следи можемо посматрати као примере:

а) Ako je A = B, B = C, онда је A = C (где су A, B и C скупови),

б) a · (x + y) = a · x + a · y (a, x и y су произвољни природни бројови),

в) Трапез се дефинише као четвороугао са по две паралелне стране,

г) Дијагонале у паралелограму се полове.

Учење правила мора, са једне стране, бити разграничено од асоцијативних низова (једноставног декламовање правила, са друге стране, од разумевања вербалних информација.

2. Вербални облици интеракције за учење

2.1.Настава путем питања и дијалога

Правила (као и појмови) могу се у настави учити, у принципу, на веома различите начине. Могу се стећи "реципттивно" кроз *предавање, упитно-одвијајуће наставе, наставног разговора или наставе откривања.*

Наведени облици наставе се одликују константним примањима језичких смерница и помоћи од стране наставника. Код "учења правила" се најчешће креће средњим делом употно-развијајућег облика наставе и наставног разговора. Ово су основне форме рецептивног школског учења (барем што се тиче наставе математике). Када се правила уче откривањем, наставниково предавање се ставља по страни. Оно није препоручљиво, бар у почетку, зато што није обезбеђено неопходно за повезивање појмова.

За фактичку тежину наставног разговора као наставне методе у свим предметима и школским степенима постоје директни и индиректни докази да 75% наставе отпада на тзв. "фронталну наставу", а две трећине од тога чине упитно-развијајућа настава и наставни разговор. У настави математике проценат развијајеће наставе и дијалога би требало да је виши.

Једва да се може резумно расправљати о томе колики проценат може да се узме као дидактички примерен, првенствено зато што зависи од ближег попуњавања садржајем ове наставне форме. Сама чињеница да се настава најмање у 50% случајева (чак и више) одвија кроз наставниково излагање, требало би да буде довољан повод дасе овом наставном формом стручњаци мало више позабаве.

У оквиру наставниковог излагања треба, како је већ назнечено, још напраивити одређене разлике између "упитно-развијајуће" наставе и наставног разговора.

У *упитно-развијајућој настави* вербалне интеракције између наставника и ученикаса одвијају претежно на следећи начин:

Слика:

На мало неадкватан начин се екстрем означава као "игра питања и одговора". "Хоризонт мишљења" ученика се често при том веома много сужава.

Прави *наставни разговор* обликује се доприносима ученика, који опште и међусобно, отприлике овако:

Слика:

Пожељно је да се настава излагања, по могућности креће у смеру стварног наставног разговора, полазећи од општих представа о циљу (способност комуникације и међусобне сарадње ученика) и од наставно-психолошких процена. (Све у свему може поћи од тога да се већом ученичком вербализацијом обезбеђује дубља прерада наученог, боље "разумевање" и самим тим и бољи трансфер).

Ово се подудара са старим педагошким правилом: *Оно што може ученик то не треба да каже наставник.*.

Том приликом треба обратит пажњу на јаку "природну" тенденцију ка настави са наставником у центру, а којок се, у сваком случају, треба супроставити. Истраживачи наставе математике избројали су, по часу у просеку 55 питања, 50 наредби наставника: на наставника отпада 80%, научeника 20% изговореног (они морају најчешће још да одговарају на конкретна питања наставника).

2.2. Стратегије дидактичког вођења разговора: питање-подстрек за за размишљање-импулс

Ради усмеравања наставе, наставник може да се обрати ученицима наразличите начине :

- може да их пита – Како је објашњено решење,

- може да их подстакне на размишљање – Размислите мало о томе, како би збир углова у троуглу могао бити повезан са збиром углова, или
- може дати кратак вербални импулс, који ученике подстиче на размишљање, радњу или изјаве – Извенемост! Образложи! Упореди! У то не верујем! Заиста!

Поред тога могући су и невербални импулси (и често веома ефикасни!): говорна пауза наставника, изненађени израз лица, покрет главом или руком, немо показивање на предмет итд. Појмови "подстрек за размишљање" и "импулс" се често употребљавају као синоними.

2.3. Дидактички смисао питања, подстрека за размишљање, импулса

Дидактички смисао наставникових питања је поверемено доведено и питање у реформисаној педагогији, нарочито са назнаком на очиглед перверзну ситуацију: Зашто наставник да пита ученика? По природи би требало да буде обрнуто! Међутим, дидактички смисао наставникових питања може пре свега, да се нађе у томе што се ученику тиме скреће пажња на одређена становишта, односно управља размишљањем:

- Питање, Колико ? – предлаже ученику да посматра предмет са становишта броја,
- Где? – допушта испитивање положаја предмета,
- Зашто? – предлаже каузални начин посматрања једне појаве, итд.

Даље дидактичке функције наставникових питања могу се видети и у томе што питања

- успостављају или чине свесним однос ученика према теми (шта заправо хоћемо);
- мобилишу предзнања (шта се подразумева под ...?);
- проверавају резултате (Како се зове пра биномска формула?).

Генерално, питања би требало да служе да се ученици подстакну на самосталан рад, нарочити да сами питају.

Понекад се замера што наставникова питања држе ученике у уским прописаним оквирима, док су пострeци за размишљање и импулс више примерени да подстакну самостално размишљање, тиме што отварају широко "поље размишљања", отприлике овако:

Питање наставника	Линија размишљања настаставника	Одговор ученика

Подстрек За размишљање	Поље размишљања ученика	Изјаве ученика

Ово разликовање може наравно лако да се одбаци опском да свако питање може "логички" да се претвори у позив и обтнуто.

Питање: Како је објашњено решење?

Позив: Објасни пијам решења!

Овако гледано, питање и позив се своде на исто. Међутим, раније се веровало да постоји пдређена психолошка разлика:

- питање наставника усмеравало је наставу тенденционално – више на наставника,
- позив евентуално ставља читаву ствар још више у први план.

Са друге стране, веровало се да питање провоцира пре "језичке команде" него одговоре, а позив пре целе реченице.

Међутим, у новијим истраживањима се показало да се питање и импулс на исти начин региструју и одговарају.

Уосталом тумачење, истакнуто у горњој скици, се објашњава једноставно тиме да се чак и при широм разговору изгледа пре свега *позива*, а при уском вођењу разговора пре *пита.* У принципу обоје је могућа.

2.4. Неколико практичних савета за технику питања наставника

Техника питања има барем језичку, логичку, психолошку и наставно-стратешку страну.

Језичке захтеве сажимамо удва правила:

1. Упитна речица се налази на почетку упитне реченице.

Дакле, не: сума износи колико?

Него: ***колики је износ суме?***

2. Изабрати праву упитну речцу.

Дакле, не: данас причамо о чему?

Него: ***о чему ћемо данас причати?***

Али, томе не треба придавати претерано значај. Важни је захтеви што су "логички" преформулисани у правила:

Формулиши питања тако јасно, очигледно и прецизно да ученик тачно зна шта је поента.

Са тим су уско повезани психолошки захтеви усмерени ка питању наставника:
а) Ученик мора даразуме питање. (То значи:наставник би требало да се служи једноставним језиком, примереним ученицима.)
б) Наставник треба да избегава тзв. ланчана питања (односно не треба да постави одмах више питања заредом; то збуњује ученике).

Из свих протеклих техничких захтева упућених техничким питањима произилази једна јасна последица (барем за дотичног наставника):

Кључна питања (односно подстреци за размишљање) би требало – по могућности чак и буквално – да буду припремљена у датом случају промишљена и одговарајућа су жавања.

На крају дајемо неколико ***наставно-стратешких савета за вођење разговора,*** које су и данас актуелне:

1. Уколико се више ученика јави да орговори на једно питање, ***најбоље је да наставник почне са слабијим*** и постепено да пушта оне боље да дођу до изражаја.. Тиме се повећава вароватноћа да ће одговори који следе унети још неке новине. У супротном, треба рачунати са тиме да ће добар ученик на почетку све рећи и да слабији ученик неће више доћи до речи (и да излпжено можда неће разумети, дакле да је неприметно искључен).
2. Наставник би требало, пошто постави питање, да сачека а не одмах сам одговори.
3. Наставник не треба да, при првом одговору ***одмах заузме став***. Ово је неопходно да се не би одмах обесхрабрили они ученици који су хтели да кажу нешто.
4. Приликом обраде одговора наставник не треба једноставно да их дели на тачне и нетачне. Требало би да издвоје оно што је ***добро*** из једног одговора у што већој мери (евентуално и постави додатна питања, да ученик појасни одговор).
5. Размишљања и одговори који отварају нова гледишта наставник врећа одељењу и позива ученике да даље истражују.
6. Преко погрешних одговора, који су небитни, прелази или их коригује. ***Капиталне грешке*** и распрострањеност погршног разумевања наставника треба да ***врати разреду ради заузимања*** става и са њим треба заједнички да га исправи.

Већ је нагашено да се овде не ради само о проблему темперамента, већ у многоме и о општој наставниковој "способности слушања", као и о често дубоком страху од изненађујућих одговора ученика. Када наставник ово самокритички прихвати, онда може једно америчко истраживање бити веома корисно и охрабрујуће: продужавање чекања за 3 секунде у односу на уобичајено, доприноси у великој мери, повећању когнитивног нивоа наставе. Одговори ученика су мисаоно дубљи (нпр. закључци), ученици се изражавају разноврсније и сами питају више.

3. Посебно значење језика код учења правила

Постало је потпуно јасно да је улога језика изузетно важна приликом учења правила. Правила се у настави претежно тумаче путем (усменог) језика. Оно што је речено о улози језика приликом учења појмова, се понавља за учење правила у модификованом облику и допуњује се:
а) Језик наставника на почетку процеса учења има ***функцију предходног усмеравања:***
Наставник издваја значај правила које треба да се научи. Даје предструктуирајуће смернице, ствара основу , ослања се на постојеће знање и представе, скреће евентуално пажњу на суштинске разлике тога и већ познатог.
б) Језик наставника задржава током даљег процеса учења своју орјентационо-структурирајућу функцију, између осталог у облику рекапитулирајућих осврта (шта имамо веће?) указујући на недостатке (шта нам још недостаје). Поред тога, језик наставника добија постепено једну ***усмеравајућу функцију***:
Наставник скреће пажњу на релевантне појмове, даје усмерења ка адекватном повезивању појмова. Ово се дешава, као што је већ речено, пре свега, путем одговарајућих питања и подстрека за размишљање.

Пример: доказивање Питагорине теореме – није потребно за ПНМ.

в) Језик наставника (као и ученика) наравно има и код учења правила ***функцију повратних информација и проверавања***: Наставник провоцира повратну информацију ученика нпр. питањем – Да ли је то било тачно образложење? Или позива да се образложи једно правило које предходи.

г) Функција дефинисања језика при учењу појмова одговара ***функцији формулисања*** при учењу правила:

Правило би, по могућности, требало да буде прецизно, али истовремено и ученицима јасно формулисано. (смисао је у почетку важнији него математичко-логичка формализација).

д) Слично као и при учењу појмова, при учењу правила језик има ***фукцију именовања***, често се правилу да "име", нпр. Питагорина теорема, биномни образац, и сл.
Ове језичке ознаке олакшавају касније употребу и брзо разумевање.

ђ) Називање најчешће стоји у уској асоцијативној вези са "симбилочком кондензацијом" правила:
1) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$,
2) A U B = B U A.

Овакве ***симбиличке скраћенице*** (евентуално повезане са упечатљивом скицом), које обухватају суштину правила, су вежне основе усвајања и олакшавају тренсфер (под условом да награђују процес разумевања).

4. О постављању циљева и контроли учења правила

Циљ учења правила је да ***ученик схвати правило и да може да га примени у новој ситуацији.***
Пуко разумевање правила се посматра прекао један краткорочан циљ, а способност примене правила као дугорочан.
Разумевање правила може се постићи преко различитих парцијалних циљева.
Ученици треба да:

- разумеју појмове и правила који предходе,
- разумеју кораке, који воде ка,правилу,
- логично повежу кораке, који воде ка правилу,
- понове логично извод правила сопственим речима,
- сопственим речима прецизно формулишу правило,
- познају назив правила,
- да у датом случају објасне правило на основу слике,
- пренесу правило у један симбилички смисао,
- демонстрирају правило у специјалном случају.

Са тим у вези се препоручује да се не започне прерано формулисање правила на апстрактном нивоу, зато што се тиме даје предност механичком учењу. Често се при том уместо разумевања јавља пуко познавање правила непромишљено примењивање. Ова опасност је баш у математици опште позната (нпр. код правила за рачунавање са разломцима).

Способност примене правила садржи, поред одредби циљева (наведених) даље одредбе, које досежу до области решавања проблема.

Ученик треба да:

- познаје случајеве примењивања правила,
- препознаје нове, једноставне случајеве примене као "рутинске проблеме" и да може да их реши,
- може да разликује случајеве примене од случајева непримењивања правила (нарочити од случајева примене сличних правила),
- може (логички) да анализује правило или образложење правила,
- примени правило приликом стварања надређених правила,
- примена правила за решавање нерутинских проблема.

Тренутан крајњи циљ учења правила је постигнут онда када – што би се могло мало једноставније формулисати као код учења појмова – ученик може да "ради" са правилом. У принципу, процес учења правила (слично и код учења појмова) никада није у потпуности окончан. Слично као код учења појмова, и код учења правила постоје дугорочни циљеви, који не важе само за једно одеђено правило и већ им се тежи у свакој прилици., зависно од врсте правила.

5. Фазе учења правила и практична упутства за наставу

Овде ћемо дати практична упутства за наставу као допуна предходним констатацијама и битним аспектима за учење правила. Аспекти ће бити, слично као код савлађивања појмова, сврстани по фазама учења, значи у временском редоследу, који би наставник требало да узме у обзир.
Пре свега наводимо предлоге за припрему наставника о којима треба посебно повести рачуна при учењу правила.

За припрему наставника:

1) Наставник мора прецизно да формулише правило које ученик треба да научи, али, у одређеним случајевима и дидактичко језгро правила (навести језгра),

2) Треба да формулише образложење правила примерено ученику (по могућству са појмовима које ученик већ познаје из предходне наставе и, у одређеним случајевима, такође, нешто као назнаку идеје за образлагање и доказивање),
3) У одређеном случају треба да изради стуктуру правила које одговара тачки 2 са задатим појмовима и правилима,
4) Неопходно је да формулише когнитивне, афективне и психомоторне способности које, ученик треба да има,
5) Треба да идентификује, односно да наведе на веће постојеће опште преставе, односно сродне ситуације увези са правилом које треба да се научи,
6) Треба да формулише циљеве учења правила битне за своју наставну јединицу, у одређеном сличају и прилоге за даље опште представе о циљевима,
7) Треба да формулише важна питања и потстицаје за размишљање о "кључним местима".

а) Мотивација

Ученику треба, евентуално, предходно објаснити и "компаративну" припрему за правило које треба да се научи, као и значај правила. При томе се треба ослањати на постојеће преставе и знања. У вези са осталим могућностима мотивације за почетак и наставак наставе треба видети шему (дати шему из тачке 7.2.7).

Ученицима треба, евемтуално, на табли дати преглед о току часа. При том треба обратити пажњу на:

Пре него што се пређе на стварну тему часа ваља размислити да ли треба пре тога у посебном контексту обрадити исказе који ће касније бити потребни или ће се на њих вратити тек када буду поребни у току часа.

Из мотивационих разлога хипотезе мањег значаја, акоје одузимају мање времена треба пре интегрисати у обраду саме теме.

б) Тешкоће, њихово утврђивање и првазилажење

1.Наставник би требало да посебним питањима, односно захтевима, утврди да ли постоје неопходна предзнања, као што је већ речено, то није обавезно да се учини баш на почетку (Шта се беше мислило тиме? Ајде покажи ... ?),
2. Правило које треба да се научи требало би да се припреми и разради на основу задатих конктретних примера,

3. Питањима и подстицајима за размишљање наставник даје упутства за повезивање елемената који треба да се науче. При том би било пожељно да се понуди да оформи "одељенску расправу" са ученик-ученик интеракцијом, при том, узме у обзир упутства за вођење разговора и квалитета питања,
4) Ако је потребно и могуће, наставник треба да пружи акциона и сликовита помоћна средства за разумевање, нпр. помоћу модела, дијаграма, табела (овде треба нарочито размислити о могућим тешкоћама),
5) Наставни би требало, по могућству, да унапред упути ученике на важне међукораке, такође да води рачуна о ретроспективи: ученици би могли да образложе једа или више корака,
6) Важне кораке би, евентуално, требало прегледно написати на табли и касније их искористити за први резиме.

в) Контрола учења и утврђивање наученог

Одговарајућим међупитањима треба проверавати да ли постоји континуирано схватање градива. Ученике би требало охрабрити да постављају питања! Посећамо и на невербалне могућности провере учења (обратити пажњу на реакције ученика, контакт очима!). О могућој провери учења указујемо за конкретне случајеве на део 10.4 (видети).

Учење правила прво се утврђује нпр. сажетон демонстрацијом правила и образложењем на основу уводног примера или неког новог примера. У том циљу повести скраћену ретроспективну одељенску расправу или дати модел (евентуално да то припреми неки ученик). При том је често сврсисходно да се на табли направи сређен резиме корака за егземпларни узорак. Предходно би га требало што конкретније и јасније формулисати. Формулисање суштинске мисли требало би по могућству да има приоритет у односу на тачно формулисање и написмено утврђивање прецизног текста правила.

г)Вежбе за продубљивање и прва примена правила

Градиво се даље продубљује и утврђује примењивањем наученог у новим ситуацијама. Овде би требало нарочито узети у обзир и оперативне принципе, што би то отприлике значило: варијација примењивих сличајева (варијација контекста), евентуално ватијација тражених величина (принцип реверзибилности), варијација и преплитање равни приказивања, принцип интеграције итд.

д)Даља примена и трансфер

Прорадом многих разноврсних случајева примене правила истовремено се успоставља основни услов за позитивни трансфер. Случајеви примене би требало да се комбинују са сличајевима када правило не може да се примеи, да не би дошло до "слепог понављања правила", механичког фиксирања исамим тим коначно и до негативног трансфера.

Осим тога, такође се мора водити рачуна да правило буде дугорочно упамћено.

Да се правило запамти, може помоћу пемћења ознаке правила и његовог скраћеног облика и видусимбила. Да би правило било разложиво, потребно је повремено "преучавање" помоћу старих и нових случајева. Да би се постигао крајни циљ укупног учења правила, повремено је важно да се правило употреби при формирању надређеног правила, односно при "правом" решавању проблема. Овде важећи услови учења ће бити у следећим поглављима.

6. Преглед потребних и повољних услова за проучавање и учење за наставу математичких правила

1.***Састављање "структуре правила"*** за разјашњавање задатих појмоваи правила и њихово хијерархијско уређење (преходно разјаснити којасу презнања ученика неопходна и примерено њима формулисати правило!)

2. ***Посебно узети у обзир принципе осмишљеног учења:***

а) орјентација на когнитивну структуру учника (евентуално формулација суштине правила, односно идеје образложења),

б) побринути се за предструтурирања, међуструтурирања и сажете прегледе орјентисане на примере,

в) постепена издиференцијација једне опште идеје.

3. ***Промишљено коришћење стратегијс дидактичког вођења разговора*** (питање-подстицај за размишљање-импулс).

Предходно формулисати важна питања и подстицаје за размишљање:

а) обратити пажњу на квалитет питања (пре питања за размишљање него питања о знању!),

б) не постављати превише сужена питања; касније евентуално сузити питање,

в) једноставна питања исказати језико ученика, избегавати постављање више питања заредом,

г) подстицати разговоре са ученицима:

- прво питати слабије ученике,
- сачекати; не заузети одмах став,

- одговоре евентално представити одељењу.

4. ***Језичка помоћна средства*** при учењу правила:

а) изнети значај правила,

б) структурирати (види 2б),

в) упутити на битна правила и појмове (у смислу 3),

г) постављати питања и задатке за проверу разумевања (за повратну информацију и проверу резултата (види 2а),

д) тачно формулисати правило и именовати га ако то случај захтева.

5. Узети у обзир ***утврђивање циљева код учења правила*** и одговарајућа контрола учења.

6. Узети у обзир ***фазе учења при учењу правила*** и практична упутства за наставу

ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

1. Попунити следећу табелу:

Име	Обим појма	Садржај појма	Родни појам	Врсни појам
Трапез				
Природан број				
Квадрат				
Четвороугао				

2.Дат је скуп: $A = \{a,\{2,3\},\{a\}, 3\}$. Одредити све подскупове датог скупа?

Решење:

3.Следеће неправилно написане бројеве написати правилно и арапским цифрама: XLIIX, XD, IC, CCCCVL, VD, XM.

4.Попунити таблицу:

"... има запремину као ..."	*hl*	*l*	*dl*	*cl*
345 *l*				

256 *l* 35 *dl*				
4 *hl* 32 *dl*				
675 *dl*				
305 *l* 42 *cl*				

5. Табела показује однос " ... је нормалан ... ":

	a	b	c
a		♣	♣
b	♣		
c	♣		

У скупу права нацртај те праве.

6.У свим секцијама у школи било је укључено 450 ученика. Једна трећина радила је у спортској секцији, 1/5 у техничким 1/10 у уметничким, 1/9 учлањена је у клуб за Уједињене нације, а у осталим секцијама радили су преостали ученици. Колико је укључено ученика у секцијама?

7.У ромбу ABCD упиан је правоугаоник EFGH дијагонале EG и FH. Одредити укупан број троуглова, број троуглова који имају две једнаке странице и број правоуглих троуглова.

8.Коцка ивице 9cm обојена је плавом бојом. Затим је разрезана на коцкице ивице 3cm. Колико има коцкица:

а) са три плаво обојене стране,
б) са две плаво обојене стране,
в) са једном плаво обојеном страном,
г) без иједне плаво обојене стране.

9.Мотоциклиста је кренуо иза камиона, који се налазио од њега на растојању од 30km. Брзина камиона је 45km на час, а мотоциклисте 50km на час. После колико часова ће мотоциклоста сустићи камион?

10.Које димензије може имати квадар ако његова запремина износи $48m^3$ (резултати су природни бројеви)?

11.Одредити странице правоугаоника, ако се зна да је његова површина 12 квадратних јединица и да се његова ширина односи према дужини 3:4?

12.Растојање од 200m могу да претрче: ној за 12 секунди, коњ за 10 секунди, антилопа за 8 секунда. Које растојање може претрчати свака од ових животиња за 1 час ако наставе да трче истом брзином.

13. Девојка је у корпи имала одређену количину шљива. Три момка су хтела њену руку, а она је пристала да руку да оном који реше овај задатак: Ако бих ја првом момку дала половину свих шљива из ове корпе и још једну шљиву, другом момку половину преосталих шљива и још једну, а број преосталих шљива преполовила па половину и још три шљиве дала трећем момку, тада би корпа остала празна. Колико је било шљива у корпи девојка?

14. За извесну суму новца може се купити 15м платна. Ако платно појефтини за 200 динара, онда се за исту суму новца може купити још 5м платна. Колика је цена платна.

15. Ако из чињенице да је $4 + 5 = 9$ тврдимо, без рачунања, да је $14 + 5 = 19$, о каквој се врсти закључивања ради

Одговор:

16.Попуни таблицу бројевима:

Број	DM	M	SH	DH	H	S	D	J
807								
5 926								
38403								
705621								
4609345								

17.Какав однос мора да постоји између **a** и **b** **, a,b**-природни бројеви, да би и **c** такође био природан број, где је: $\mathbf{c = a – b}$.

18. На ком је месту у низу свих четвороцифрених бројева број 2009?

19. Напиши све бројеве којима се број 72 може поделити без остатка.

20.Како се мења производ ако и **a** и **b** повећамо **m**, **m-** природан број, пута.

21.Воз прелази мост дужине 450 m за 45 секунде, а поред семафора прође за 15 секунди. Колико је дугачак воз и колико је његова брзина?

22.Које својство множења природних бројева изражава запис:

$(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$, **c-** природан број

23.Израчунати збир:

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 111$$

24.Свака од три посуде има запремину од 20 литара. У првој је наливено 11 литара, у другој 7, а у трећој 6 литара воде. Како изједначити количину воде у све три посуде, ако је дозвољено у сваку посуду налити онолико воде колико у њој већ има воде.

25. Марко је правоугаоник површине 88 cm^2 разрезао на један квадрат и један мањи правоугаоник. Одредити обим мањег правоугаоника, ако је страница квадрата 8 cm.

26.Колико пута треба ломити овакву чоколаду да би добио 8 једнаких делова?

27.Који су тачно решени задаци:

а) $48 : 6 + 12 - 4 \cdot 5 = 72$
б) $(100 - 10) : 10 + 72 = 82$
в) $(2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 8) \cdot (2 + 0 + 0 + 8) = 0 \cdot 10 = 0$
г) $36 : 4 \cdot 2 : 6 = 3$
д) $10 \cdot (14 - 7) - (20 - 8) : 2 = 64$

28.Одредити странице правоугаоника, ако се зна да је његова површина 12 квадратних јединица и да се његова ширина односи према дужини 3:4?

29.Лонац ваљкастог облика напуњен је до врха водом. Како ћемо одмерити тачно половину те воде, не користећи никакав суд или прибор?

30.Дату таблицу треба попунити бројевима 1, 2, 3, 4, 5, али тако да се у сваком реду, сваком ступцу и свакој дијагонали сваки од датих бројева појавио тачно једном. Који број треба да стоји у централном пољу?

31.Применом аналитичко-синтетичког приступа решити задатак: Збир четири броја је1000. Први број је 150, други је 2 пута већи од првог, а трећи је збир првог и другог. Одредити четврти број?

32.Утврдити да ли изведени закључак на основу непотпуне индукције:

1) $7 \cdot 3 = 21$, $21 > 7$ и $21 > 3$
2) $15 \cdot 6 = 90$, $90 > 15$ и $90 > 6$,

3) $200 \cdot 12 = 2\,400$, $2400 > 200$ и $2400 > 12$

Важи да је: ***производ два броја увек већи од његових чинилаца***.

33. Користећи ознаке из теорије скупова, одредити и записати скуп свих природних бројева мањих од 29 и дељивих са 3.

34.Саставити одговарајући текст задатка: $16 \cdot 3 + (16 - 3)$:

35. Напиши помоћу математичког језика формулацију: ***Производ од три чиниоца се не мења ма којим редом вршили множење***

36.Одредити бројну вредност израза:

а) $10 : 1 =$, б) $1 : 1 =$, в) $0 \cdot 0 =$, г) $0 : 0 =$, д) $5 \cdot 0 =$,

ђ) $2 : 0 =$, е) $0 : 10 =$

37. Број 342 798 садржи _____ стотине ______ десетице ______ јединица, или

______ стотина _____ јединица, или

_________ јединица.

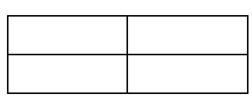
38.Допуните:

а) $6 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 =$ __________, речима: ________________________

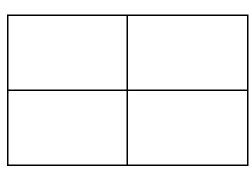
б) $2 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^0 =$ __________, речима: ________________________

39. Да ли су четвртине две различите целине представљене на слици једнаке?

а)



б)



40.На столу се налази шаховска табла:

а) колики део шаховске табле чине 3 реда поља квадрата, а колико 5 редова поља квадрата,

б) колики део реда чини 5 поља квадрата, а колики 7 поља квадрата,

в) колики део табле чини 37 поља квадрата.

41. Допуни изостављени бројилац или именилац тако да једнакост (неједнакост) буде тачна:

а) ♣ 3 = 3 ♣ , б) 3 ♣ < ♣4 , в) ♣ 2 > 1 ♣

42. У скупу једноцифрених бројева нађите решење неједначине $25 + x \leq 31$, помоћу таблице.

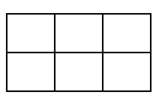
43. Саставити и решити текстуални задатак према једначини: $2x - 111 = 35$.

44. Шта значи мерити неку величину?

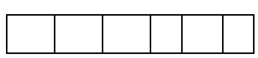
Одговор: ____

45. Сваки од правоугаоника на слици има површину 486cm^2. Они су подељени на 6 подударних квадрата. Који од два правоугаоника једнаких површина има већи обим и за колико?

а)



б)



46. Упишите одговарајући знак < ,> или = :

а) 12 km^2 _____ 50 ha, б) 34 ha ____ 8000 m^2, в) 14 a ______ 25 m^2

г) 38 dm^3 _____ 38 *l*, д) 110^3 m^3 _____ 1 dm^3.

47. Две коке за 2 дана снесу 2 јаја. Колико јаја снесе 8 кока за 8 дана?

48. Наведене типове збирова поређајте по редоследу који их треба обрадити и најкраће образложите зашто?

(43 + 28, 25 + 13, 30 + 40, 36 + 7, 22 + 4)

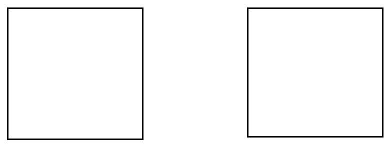
49.Марко је замислио два броја. Њихов збир је ***a*** . Ако један од тих бројева смањи, а други повећа за 35 добиће се број 825. Колики је збир бројева који је Марко замислио?

50.Помоћу цифара 0, 3, 6, 7 написати најмањи и највећи природан број тако да се свака од наведених цифара појављује само једном.

51.Ако је $143 \cdot 21 \cdot 37 = 111\,111$, тада без рачунања одредити вредност израза:

а) $143 \cdot 42 \cdot 37 =$ ___________ , б) $143 \cdot 84 \cdot 37 =$ _____________ .

52.Поделити дате фигуре на четири дела, на различите начине. Да ли су четвртине датих фигура једнаке?



53.Ако се застава састоји из три хоризонталне траке, на колико различитих начина она може да се обоји белом, црвеном и плавом бојом?

54.Коста, Јова и Влада засадили су крушку, јабуку и вишњу. Нијedан од њих није засадио дрво чији назив почиње истип словом као његово име. Ко је засадио које дрво, ако Влада није засадио крушку?

55.Од 360 ученика једне школе $\frac{1}{3}$ је била на летовању на планини, а $\frac{1}{4}$ на мору . Где је било више ученика и за колико?

56.Састави и реши задатак према изразу:

$$750 - (284 + 157).$$

57.Збир два броја већи је од једног од њих за 150, а од другог за 250. Колико је збир тих бројева?

58.Маса гуске, патке и кокошке износи укупно 12 кг. Гуска има два пута већу масу него патка и кокошка заједно, а парка три пута већу него кокошка. Колико килограма има кокошка?

59.Сваком од троје деце мајка је дала исти број поморанџи. Када су деца појела по 4 поморанџе,остало им је укупно онолико поморанџи колико је добио свако од њих. Колико је помаранџи добило свако дете?

60.Дрвена греда облика квадра има димензије 4м, 20см и 15см. Колика је запремина греде?

61.У акваријуму дужине 40см, ширине 30см и висине 25см, наливена је вода. Колика је маса воде наливене у акваријуму ако она испуњава 35 његове запремине. Колико је литара воде у акваријуму?

62.Ако се мањи од двају чинилаца неког производа смањи за 2, производ ће се смањити за 30. Одредити чиниоце тог производа, ако се зна да им је збир 25?

63.За бесконачну траку казаћемо да је магична ако је збир бројева у ма која три њена суседна поља исти. Пред нама је трака чија празна поља треба попунити тако да збир бројева у ма која три суседна поља буде 15?

6								4				

64.Дешифруј ребус:

$$\clubsuit\,\clubsuit\,\clubsuit \cdot 2\,\clubsuit\,\clubsuit$$

$$\begin{array}{r} 2\,\clubsuit\,\clubsuit\,5 \\ +\ \clubsuit\,\clubsuit\,0\ \ \\ \hline 8\,3\,\clubsuit\,\clubsuit\,\clubsuit \end{array}$$

65.Дат је скуп: $A = \{\{2\},\{a\}, 3\}$. Одредити све подскупове датог скупа?

66.Да ли се од три квадрата чије су димензије 6цм, 3цм, 3цм, може саставити правоугаоник.

67.Збир три броја је 14. Збир првог и трећег броја је 9, а разлика трећег и другог броја је 2. Наћи те бројеве?

68.Скуп природних бројева {1,2,3,4,5,6,7,8,9} распоредити у магичном квадрату тако да је збир сваке колоне и дијагонале 15?

69.У кутији се налазе бомбоне. Ако их учитељица подели ученицима тако да сваки ученик добије по 5 бомбона онда ће два ученика остати без бомбона, а ако их подели тако да сваки ученик добије по 4 бомбоне, онда ће у кутији остати 176 бомбона. Колико бомбона је било у кутији?

70.Васа је замислио два броја. Њихов је производ **a**. Ако се један смањи, а други повећа 17 пута, добиће се 180. Колики је производ та два броја који је Васа замислио?

71.Број 1200 је подељен на непознат број једнаких делова. Када се од једног таквог дела одузме 75, остало је 45. На колико је једнаких делова подељен број 1200?

72.У запису

1234567891011121314151617181920

Прецртај 21 цифру, не мењајући поредак цифара, тако да број који остаје буде најмањи могућ?

73.Ако је 15 ученика засадило укупно 105 садница, колико ће садница засадити 12 ученика ако буду садили по 3 саднице више од предходних?

74.Приликом градње куће подигнут је зид од цигле дужине 80 м, дебљине 5дм и висине 5м. За сваки кубни метар зида утрошено је 500 цигли. Све цигле су довезене за два дана, при чему је првог дана довезено 3 пута више цигала него другог дана. Колико је цигала довезено првог дана, а колико другог?

75.Милан је планирао да у току следећих неколико дана свагог дана уради по 15 задатака. Међутим, он је сваког дана радио по 3 задатка више тако да му је остало да последња 3 дана решава само по 4 задатка. Колико је задатака планирао Милан да уради?

76.Дати број 20 409 написати римским цифрама :

77.Замени слова цифрама тако да се добију тачне једнакости:

$$M \cdot A = T - E = M : A = T : I = K - A\ ?$$

78. Треба 100 колача поделити на 25 дечака тако да ниједан не добије паран број колача. Да ли је то могуће?

79. Колико се може добити различитих четвороцифрених бројева стављајући пропуштене цифре у броју: * * * 5 = ?

80. У равни је дато 8 тачака, од којих су 4 на једној правој, а остале 4 тачке никоје три нису на истој правој. Колико се различитих прави може повући кроз дате тачке, узимајући их две по две?

81.Пет тркача A, B, C, D, E заузела су пет првих места у једној трци. На питање, који је тркач које место заузео, од пет гледалаца су добијени следећи одговори:

1) C је био други, а B је трећи,
2) E је био трећи, а D је пети,
3) E је био други, а D је први,
4) C је био други, а A је четврти,

5) В је био први, а А је четврти.

У сваком од тих одговора један део је тачан, а други нетачан. Које је место заузео сваки од тркача?

82. Неко има 12 литара течности у суд од 12 l и треба одлити половину течности, али има само два суда: један од 8 литара и други од 5 литара. На који начин може се одлити 6 литара течности у суд од 8 литара?

83. Са три праве линије поделити круг на 7 делова?

84.. Упиши у табели вредности назначених величина изражених у јединицама у другој врсти:

1/10 h	¼ l	¾ ar	4/5 m	½ m^2	2/5 din	3 meseca
sec	cl	dm^2	mm	km^2	para	vek

85. Ако бисмо коцку од 1 m^2 разрезали на коцкице од 1 cm^2 и добијене коцкице ставимо једна на другу, колико би био висок тако добијени стуб?

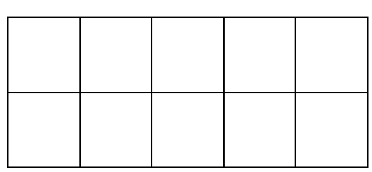
86. Наћи вредност израза: 98 – 14 : 2 + 5 ? Затим овај израз препиши три пута, па онда распореди у њему заграде тако да добијеш следеће резултате:

а) 47 б) 86 в) 12

87. Дешифровати: ABC + ACC + DBC = BCC

88. Реп рибе има 4 kg, глава – онолико колико реп и пола трупа, а труп – колико глава и реп. Колико килограма има цела риба?

89. Колико на слици има квадрата?



90. У празна поља квадрата уписати неке од бројеве {1,2,3,4,5,6,7,8,9} тако да је производ у свакој врсти и свакој колони једнак одређеном броју (цифре се могу понављати):

				2
				9
				35
3	15	14		

Пример урађеног теста

Упутство: допунити штаппани текст или заокружи тачан одговор или уради задатак.

1. Ваљак је омеђен са две равне и једном кривом површи.
2. Проста крива линија је затворена ако из сваке њене тачке оловком можемо померати по линији два смера.
3. Права може да се претстави пресеком: (заокружи тачне одговоре)
   a) два круга b) два квадра c) две равни d) две полуравни

4. Раван је једнозначно одређена са две паралелне праве, правом и тачком ван те праве, три тачке које не припадају једној правој или две праве које се секу.
5. Проста затворена равна изломљена линија и њена унутрашња област чине многоугао.
6. Кружница је скуп тачака једне равни које су једнако удаљене од центра (тачке O) те равни.
7. Круг се састоји од кружнице и њене унутражње области.
8. Напиши најмањи и највећи седмоцифрен природан број. 1 000 000, 9 999 999
9. Број дестотридесетседам милиона написати уобичајеним записом цифара и као производ четвороцифреног броја и одговарајуће декадне јединице, а затим у поменутом производу уместо декадне јединице упиши одговарајући степен декадне јединице. (237 000 000 = 2 370 · 100 000 = 2370 · 10^5)
10. Број је дељив са 3 ако је збир његових цифара дељив са 3.
11. Множење и дељење су операције исте важности.
12. Редослед рачунских операција у сложеним изразима: 1. Рачунање израза у заградама, 2. Рачунање степена, 3. Рачунање множења и дељења, 4. Рачунање сабирања и одузимања.
13. Ако заградама није другачије одређено, рачунске операција исте важности изводе се с лева на десно, односно редоследом којим су записане у сложеном изразу.
14. Скуп решења неједначине $x : a > k$, $a \in N$, $k \in N$, чине бројеви: $a \cdot (k + 1)$, $a \cdot (k + 2)$, ...
15. Измерену величину изражавам мерним бројем и јединицом мере.
16. а) Изрази 1km у центиметрима, тако да мерни број напишеш у облику степена десетице.
1 km = 1 000 m = 1000 · 100 cm = 100 000 cm = 10^5 cm.
b) изрази сто седамдесет милион центиметара у километрима:
170 000 000 cm = 1700 · 10^5 cm = 1700 km.
17. Израз 12 hl у кубним центиметрима.
1 h*l* = 100 *l* , 1 *l* = 1 dm^3 = 10^3 cm^3 = 1000 cm^3,

12 h*l* = 12 · 100 *l* = 1200 · 1000 cm^3 = 1 200 000 cm^3.

Задатак: Ако знаш да је a + b = 30, тада дељењем броја **a** са 5 добија се остатак 3, а дељењем броја b са 5 добија се остатак 2. Одредити бројеве **a** и **b** (наћи сва решења)?
Задатак: Од дијаманата је направљен низ троуглова. Прва три члана низа приказани су на слици. У сваком кораку додаје се по један ред дијаманата. У доњем реду крајњи дијаманти су бели, а сви остали дијаманти у троуглу су црни. Колико има црних дијаманата у седмом реду низа?

1 2 3

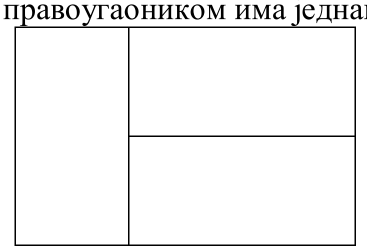
♦ ♦ ♦

◊ ◊ ♦ ♦ ♦ ♦

◊ ♦ ◊ ♦ ♦ ♦

◊ ♦ ♦ ◊

Решење: 34
Задатак: С једне стране парка има 60 стабала. Свако друго дрво је јавор, а свако треће или липа или јавор. Сва остала стабла су брезе. Колико има бреза? (а)-10, б)-15, в)-24, г)-30
Задатак: Чувар банке ради сваког уторка, сваког петка и сваког дана са непарним редним бројем у месецу. Колико највише дана узастопно чувар може да ради (3, 4, 5, 6, 7).
Задатак: У множењу PPQ · Q = RQ5Q, слова P, Q, R означавају различите цифре. Колико је P+Q+R? (P=7, Q=6, R=4. P+Q+R = 7+6+4=17)
Задатак: У кругу, држећи се за руке, стоји 40 дечака и 28 девојчица. Тачно 18 дечака је дало своје десне руке девојчицама. Колико дечака је дало своје леве руке девојчицама? (20)
Задатак. Израчунај, користећи зависност количника од дељеника и делиоца. Ако је:
400:8= 50
(400:2):(8:2)=, (400:2):(8:4)=, (400:5):(8:8)=
250:5=50
(250:5):(5·2)=, (250·2):(5:5)=, (250·3):(5·2)=
756:3=256
(756:2):(3·2)=, (756:3):(3:3)=, (756:4):(3:3)=
Задатак: Три мања подударна правоугаоника сложена су (као на слици) тако да граде нови већи правоугаоник. Ако је обим сваког од малих правоугаоника 60 cm, колика је површина квадрата који са великим правоугаоником има једнак обим?



Задатак: Колику дужину ходника, чија је ширина 4m, можемо поплочати квадратним плочицама, ако је страница плочице 25cm и ако имамо само 3200 плочица?
Задатак: Може ли се од картонског правоугаоника чије су странице 4cm и 11cm изрезати 9 мањих правоугаоника чији су мерни бројеви страница природни бројеви, тако да сваки од њих има различиту површину?

Задатак: Површина правоугаоника је 18cm^2, а мерни бројеви страница тог правоугаоника су природни бројеви. Колико таквих правоугаоника има? Који од њих има најмањи, а који највећи обим?
Задатак: Од једног картонског квадрата изрезан је други, тако да преостаје оквир који свуда има исту ширину. Колика је била површина првобитног квадрата, ако се зна да је збир обима првог и изрезаном квадрата једнак 192cm?
Задатак: Дата су два једнака квадрата који имају површину по 100cm^2. Ако се страница једног квадрата повећа за 2cm, а бим другог за 16cm, који ће квадрат после ових измена имати већу површину?
Задатак: Напиши број који има 14 хиљада, 14 стотина, 14 десетица и 14 јединица?