ОБУКА НАЈМЛАЂИХ УЧЕНИКА ЗА РЕШАВАЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ ЗАДАТАКА

Појам математичког задатка

Реч задатак у свакодневном животу употребљавамо у различитим ситуацијама и у различитом смислу. Тако, често се каже: "задатак радника у предузећу је ...", "возач има задатак да ...", "задатак наставника математике је ...", и сл. Значи постоји неки општи појам задатка, који има доста широко значење. Овде ћемо разматрати и расветлити само конкретни појам математичког задатка.

У настави математике често пута срећемо задатке облика:

$$4 + 7 = ?,\ (12 + 5) \cdot 7 = ? \text{ и сл.}$$

У овим задацима дат је скуп природних бројева повезаних са неким аритметичким знацима. Притом неки бројеви су познати а тражи се број који је одређен са датим бројевима и знацима операција. Тако, у првом случају то је број 11, будући да је збир бројева 4 и 7, а у другом случају то је број 119, будући да је производ од збира бројева 12 и 5 и броја 7.

У неким задацима, пак, тражи се да се одреде релације између датих бројева, величина, фигура или елемената датог скупа.

Пример: У квадрату ставите један од знакова: $<$ или $>$ или $=$ да би се добио тачан исказ:

$$\text{а) } 4 + 4 \,\square\, 7,\ \text{б) } 11 + 4 \,\square\, 4 + 11,\ \text{в) } 2 \cdot 5 \,\square\, 5 + 2.$$

Пример: У скупу $A = \{1, 3, 5, 7\}$ претставити графички релацију "$<$ ".

У почетној настави математике често пута се срећемо са задацима у којима се кривом линијом (Венов дијаграм) треба одвојити објекте који задовољавају одређени услов, према неком заједничком својству, односно да се одреде елементи датог скупа.

У неким задацима, пак, тражи се да се одреди нека геомеријска фигура (троугао, квадрат, кружница, права и сл.), која као елеменат има унапред дате геометријске фигуре (тачка, дуж, угао и сл.) или, пак, заузима тачно одређени полпжај (нормала или паралелна права датој правој и сл.).

У горе наведеним примерима постоји нешто опште односно " дај је скуп објеката, неко својство тих објектата, као и неке релације између њих. У том скупу постоји неки непознат објекат (број, фигура, скуп), релација ($<$ или $>$ или $=$) или својство и тражи се да се одреди тај елеменат"'.

У настави математике, када је дат скуп објеката, својства објекта и релације у њему, па се тражи да се одреди неки елеменат тог скупа, каже се да је задат **математички задатак**.

Целикупна мисаона и практична активност која се предузима са циљем да се одреди непознати елемент скупа од објекта у задатку назива се **решавање задатка**.

Облици задатака

Класификација математичких задатака може се вршити на основу више критеријума. Овде разматрамо само оне које најчешће срећемо у настави математике од првог до четвртог разреда.

а) На основу појмова који се срећу у њима, задаци могу нити:

- математички, задаци у којима учествују само математички појмови и
- нематематички, задаци у којима учествује бар један појам који није математички.

Пример: (математички задатак) Умањеник је 15 а разлика износи 7. Колико износи умањилац?

Пример: (нематематички задатак) На једној полици има 23 књига а на другој 7 књига. Колико књига има укупно књига на полицама?

Уочавамо да у првом задатку сви појмови су математички – умањеник, умањилац и разлика, док у другом су садржани и нематематички појмови – књиге, полице.

Често пута поставља се питање који од ових задатака треба да преовлађују у настави математике. У методичкој литератури преовлађује мишљење да више треба да су заступљени математички задаци, због два основна принципа:

4 математички задаци су основа за решавање нематематичких, односно да би ученици могли да реше нематематички задатак, потребно је да знају да реше све математичке задатке на које се своди решавање тих задатака,

5 математички задаци имају велики потенцијал за образовни, развојни и васпитни значај за ученике.

Пример: Милан има 9 година, отац му је четири пута старији од њега. Колико година имају они заједно?

Да би ученици могли да реше овај нематематички задатак, треба да су оспособљени да израчунају бројну вредност израза облика: $9 + 4 \cdot 9$.

б) Према садржају који преовлађује у њима, математички задаци могу бити:

- аритметички,
- алгебарски,
- геометријски,
- задаци о скуповима и сл.

Оваква подела је условна, будући да наставни програм је јединствен и често пута се јављају комбиновани задаци. Аритметички задаци заузимају централно место у настави математике од првог до четвртог разреда зато њима треба посветити већу пажњу.

в) Подела математичких задатака може се извршити и према функцији коју имају у наставном процесу. Према том критеријуму задаци могу бити:

- мотивациони задаци за усвајање нових знања,
- припремни задаци за усвајање нових знања,
- задаци за уопштавање нових знања,
- задаци за утврђивање добијених знања,
- задаци за продубљивање добијених знања и
- задаци за примену добијених знања.

Различите дидактичке функције које имају задаци у настави математике, исказују потребу за припрему сваке наставне јединице, наставник да постави јасан циљ какве ће задатке да решава у свакој етапи наставног часа.

г) У математичкој литератури често пута се срећемо са поделом задатака према броју операција у њима. Према том критеријуму, математичке задатке делимо на:

- просте, само са једном операцијом и
- сложене, са две или више операција.

У оквиру сложених задатака могу бити обухваћени више простих заатака који носе назив задаци-компоненте. Међутим, као задаци-компоненте понекад могу се јављати и сложени задаци.

Пример: У задатку: $25 \cdot 4 + 135 : 9$, задаци-компоненте су: $25 \cdot 4$ и $135 : 9$.

Пример: Један ученик је купио 6 свезака по 40 динара и 3 уџбеника по 120 динара. Колико укупно динара ученик платио за свеске у уџбенике?

Задаци-компоненте су:

6 Ученик је купио 6 свезака по 40 динара. Колико је платио за свеске?

7 Ученик је купио 3 уџбеника по 120 динара. Колико је платио за уџбенике?

Дидактичка функција задатака

У настави математике од првог до четвтог разреда није могуће ученицима саопштити непосредно теоријска знања и да се дају строге дефиниције појмова, пре свега, због карактеристике њиховог мишљења и сиромашног животног искуства. Одатле произилази потреба да се дају специфична средства и начини поступања у настави, преко којих ученици, за њих доступан начин, стижу до математичких знања и умења и оспособити их за извршавање разноврсних математичких делатности. Једно од тих средстава су математички задаци. У том смислу за један део задатака врши се припрема ученика за усвајање нових знања, са другим та се знања уопштавају а са трећим добијена знања се утврђују. Тиме је одређена једна од дидактичких функција задатака – њихово решавање да усмери ка формирању умења код ученика за откривање и усвајање знања. Међутим, трајно усвајање знања подразумева примену тих знања у ноји ситуацији учења, односно већ добије знања, преко самосталних задатака, да могу да примене за добијање нових знања.

Пример: Добијена знања за писмено сабирање у оквиру 1 000, преко самосталних задатака ученика, примењују за усвајање сабирања у оквиру до 10 000 и у оквиру милиона.

Пример: Добијена знања за израчунавање површине правоугаоника, према формули $P = a \cdot b$, примењују за израчунавање површине квадрата и сл.

Једна од дидактичких функција математичких задатака састоји се у практичној примени знања у свакодневном животу и обогаћивању њиховог искуства, односно на основу добијених математичких знања, ученици се оспособљавају за решавање задатака са садржином из непосредне околине.

Аритматички задаци. Класификација, структура и решавање

За појам аритметичког задатка у методичкој летератури срећу се различите одредбе. Овде прихватамо следећу: Аритметички задатак претставља језички исказана или симболики приказана мисаона форма, која садржи питање за чији одговор је потребно претходно извршавање аритметичких операција, математички расуђивање и закључивање.

Аритметички задаци могу се класификовати на основу више критеријума. Овде ћемо размотрити неке од њих.

а) На основу начина иуражавања услова питања, аритметички задаци могу бити:

- симбилички претстављени задаци (бројни изрази, једначине, неједначине) и
- језички исказани задаци (тексталние задаци).

б) На основу функције у настави, аритметички задаци могу бити:

- задаци за припрему за усвајање нових знања,
- задаци за уопштавање нових знања,
- задаци за илустрацију за изучавање правила, поступака, законитости и сл.,
- задаци за понављање, утврђивање и продубљивање добијених знања и
- задаци за самосталан рад ученика (домаћи задаци, контролни задаци, задаци за пимени рад и сл.).

в) Према броју аритметичких операција, аритматички задаци могу бити:

- прости или елементарни (задаци са једном операцијом) и
- сложени (задаци са две или више операција).

Сваки аритметички задатак састоји се од два дела:

- услова задатка и
- питања.

У услову задатка указује се на везу између датих бројева, као и на везу између познатих (датих) и непознатих бројева и величина. Те везе дефинишу избор аритметичких операција за решавање задатка.

Питање показује који број се у задатку јавља као непознат, па треба да се одреди његовим решавањем. У суштини, да се реши један аритметички задатак значи да се открије веза између познатих и непознатих бројева (величина), датих у задатку на основу којих се бирају а касније извршавају аритметичке операције и на крају се даје одговор на постављено питање.

Пример: Један камион је за 3 сата прешао растојање од места А до Б, крећући се брзином од 50 километара на час. Одредити растојање између места А и места Б?

Услов задатка показује да се камион кретао 3 часа од места А до места Б и сваки час је прешео по 50 километара. Питање у задатку је колико је растојање између меса А и Б. Услов одређује аритметичку операцију која преба да се примени измеу датих бројева (3 часа по 50 километара), а тиме се добија и непознати број – $3 \cdot 50 = 150$, односно одговор гласи – растојање измњу места А и Б је 150 километара.

Оспособљености ученика да решавају задатке треба да се посматра (огледа) према томе колико умеју да нађу и да уопштавају везе између познатих и непознатих бројева и уз сагласности тих зависности да изаберу одговарајућу аритметичку операцију који ће затим применити. Централна карика за умење за решавање задатака је сазнавање везе између познатих и непознатих бројева датих у задатку, будући да од тога зависи цело даљи поступак. Према овом принципу у настави математике треба практиковати решавање типова задатака са истом везом између познатих и непознатих величина, односно задатака који се решавају на исти начин. Међутим, при избору истих типова задатака треба водити рачуна да они одражавају исту везу између величина (бројева), али са различитим условима, да би се избегло задавање по неком "универзалном калупу" у коме ћеући сви задаци.

При решавању текстуалних задатака истога типа битне су три етапе рада.

Прва етапа је припрема за решавање задатка разматраног типа. У овој етапи рада наставник треба да изабере такве активности са којим ће припремити ученике за схватање планирање везе између две или више величина или бројева, односно, у различитим условима, и за то коју математичку операцију изабрати за изражавање такве везе.

Друга етапа рада је упознавање ученика са начином решавања задатака тог типа. Наиме, разматрају се задаци у којима се јављају зависности са којима су ученици раније упознати и бирају аритметичке операције који су одговарајуће зависно од задатака.

Трећа етапа рада је формирање код ученика умење за самостално решавање задатака разматраног типа. У овој етапи рада ученици треба да умеју да решавају задатке разматраног типа, без осврта на конкретну садржину.

Пример: На једној полици има 8 књига а на дргој 6 књига више. Колико књига има на обе полице?

У припремној етапи решавања задатка овог типа обрађује се значење зависности "има за x више" и то на више различитих ситуација (Милан има 7 кликера, а Илија за 2 више.

Колико Илија има кликера? Марија има 7 година а њен брат Драган 3 година више. Колико година има Драган? И сл.). Затим се обрађује значење зависности "колико имају на обе заједно". У овој етапи рада ученици треба да се оспособе да зависност "за x више" да је замене са додавањем x датом броју, зато што зависност "колико има на двема полицама заједно" треба претворити у сабирање бројева који заједно изражавају вредности за два места.

Решавање овог задатка врши се у другој етапи рада, при чему у услову задатка истиче зависност и потстиче аналогија на претходну етапу.

I полоца – 8 књига,

II полица – 6 књига више него на првој, тј. 8 + 6.

На двема полицама зајдно I + II, одакле следи:

$$8 + (8 + 6) = 8 + 14 = 22.$$

Затим се даје одговор на постављено питање тј. "На двема полицама заједно имамо 22 књиге".

У трећој етапи рада решавају се задаци у којима су заступљене исте зависности, али у различитим условима.

Пример: Број девојчица у једном разреду износи 14. Дечака има за 4 више него девојчица. Колико ученика има у разреду?

Пример: На радној акцији ученици IV-а одељења насадили 120 садница, а ученици IV-b одељења насадили 12 садница више. Колико укупно садрница су засадила оба одељења?

Прости текстуални задаци према њиховој функцији у изучавању аритметичких операција и према њиховим својствима, обично, могу се груписати у три група, и то:

а) Задаци усмерени ка откривању смисла аритметичке операције на које се односи. То су задаци типа:

Пример: Одредити збир бројева 5 и 8.

Пример: Умањеник је 12 а умањилац 7, одредити разлику.

Пример: Израчунај производ бројева 6 и 4.

б) Задаци у којима се осмишљавају различите релације између бројева, као што су:

Пример: Који број је за 5 већи од броја 12?

Пример: Који број треба додати броју 8 да би се добио број 14?

Пример: Који број је три пута већи од броја 7?

Пример: Преспанско језеро има највећу дубину 56 метара. Дојранско језеро има 46 метара мању дубину. Одредити дубину Дојрантског језера?

в) Задаци помоћу којих се осмишљава веза између компонената аритметичких операција и њиховог резултата. У овим задацима тражи се једна компонента аритметичке операције, ако је позната друга компонента и резултат. Такви су задаци:

Пример: Један од сабирака је 12 а збир 30. Израчунај други сабирак?

Пример: На једниј полици има неколико књига. Ако се од полице узме 6 књига, тада на њој ће остати 12. Колико је књига било на полици?

Често пута задаци из треће групе решавају се састављањем једначина чије решавање се врши на основу својстава аритметичких операција.

Сложеније текстуалне задатке уводимо од момента када ученици су оспособљени да решавају просте текстуалне задатке који се јављају као задаци-компоненте у сложеним задацима. Притом је значајно да се ученици оспособе да расчлањују сложени задатак на задатке-компоненте, да одвоје услов од питања у задатку и да изаберу одговарајућу аритметичку операцију за његово решавање. Погодно је паралелно са тим навикавати ученике да шематски записују услов задатка.

Пример: У II-a одељењу има 28 ученика а у II-b три ученика више. Колико ученика има у II-b одељењу?

Расчлањивање задатка треба вршити следећим редом:

- шта треба да се одреди у задатку (Колико ученика има у II-b одељењу),
- шта је познато у задатку (У одељењу II-a има 28 ученика, а у II-b три ученика више од II-a),
- на који начин може да се одреди број ученика II-b одељења (Ако у II-a има 28 ученика, а у II-b три више, тада у II-b има 28 + 3 ученика)?

Затим се решава добијени бројни израз, преко којег су изражена веза између бројева (познатих) у задатку и даје одговр на питање:

28 + 3 = 31, односно "у II-b одељењу има 31 ученик".

Први задаци при увођењу сваке аритметичке операције у којима се дају познате величине а затим непознате. Такав је задатак изложен у претходном примеру – прво је дато колико ученика има II-a одељење а дата је веза између броја ученика оба одељења, затим је дато питање, односно "колико ученика има II-b одељење".

После тога треба да следе задаци у којима је непозната величина у тексту пре неке познате величине.

Пример: На једној грани било је неколико врабаца. Када је долетело још 4 врапца, на грани је укупно били 9 врабаца. Колико је врабаца било на почетку?

Шема овог задатка може да се прикаже на следећи начин:

?	4	9
Имало	Долетело	Укупно остало

Из шеме може да следи запис:

? + 4 = 9, или □ + 4 = 9, или x + 4 = 9.

Дискусија задатка води се у правцу: Који број треба додати броју 4 да би се добио број 9? На тај начин долази се до операције која треба да се изврши да би се добио одговор на постављено питање, односн да се израчуна разлика 9 – 4.

И овде треба истакнути да састављање једначина треба схватити као једини могући начин решавања задатка.

Приликом решавања сложенијих текстуалних задатака посебно је значајно рашчањивање, односно анализа задатка, где најпре треба сагледати задатке-компоненте, који ће се искористити за састављање плана решавања задатка.

Пример: На почетној станици у један аутобус ушло је 15 путника. На следећој станици у аутобус је ушло 8 нових путника а изашло 9 путника. Колико путника је остало у аутобусу после друге станице?

Рашчлањивање задатка може да се одвија следећим редом:

- Шта се тражи у задатку? – Колико путника је остало у аутобусу после друге станице?
- Да би нашли колико путника је остало у аутобусу после друге станице, треба наћи колико укупно путника је ушло у аутобус на обе станице и да од тог броја одузети број путника који су сишли из аутобуса.
- Укупан број путника који су ушли у аутобус је задатак-компонента у задатку и из њега се изводи прва аритметичка операција потребан за решавање задатка, тј. 15 + 8.

- На крају се тражи веза између броја путника који су ушли у аутобус и оних који су сишли из аутобуса, из које се изводи друга аритметичка операција, односно од броја путника који су ушли у аутобус (15 + 8) одузима се број путника који је изашо из аутобуса на другој станици (9).

План за решавање задатка може да се запише као:

		Ушло путника	Изашло путника
8	Прва станица	15	0
9	Друга станица	8	9
	Укупно	(15 + 8)	9

Синтезом уобличених веза између величина може се саставити израз: (15 + 8) – 9 и његовим решавањем добија се одговор задатка, односно:

(15 8) – 9 = 23 – 9 = 14, тј. ''после друге станице у аутобусу је остало 14 путника''.

Међутим, треба имати у виду да је синтеза сложен мисаони процес и ученике треба постепено уводити у њему. Зато треба прихватити и решавати сложеније текстуалне задатке без састављања крајњег израза, који је синтеза задатка-компоненте, зато што и без његовог записа ученици решавањем задатка врше синтезу. У суштини, решавајући претходни задатак, ученици често пута поступају на следећи начин:

- прво израчунавају број путника који су ушли у аутобус, односно 15 + 8 = 23 а затим од тог броја одузимају број путника који су изашли из аутобуса на дргој станици, тј. 23 – 9 = 14.

У мисаном процесу нема битне разлике у оба описана поступка, зато заслужују да се једнако вреднују, а оспособљавање ученика за састављање израза који претставља синтезу задатака-компонената треба схватити као перманентни процес.

Посматраћемо поступак анализе сложеног текстуалног задатка и синтезе које после следи, још на један, али на нешто сложенији случај.

Пример: Мирко је купио 7 свезака по 40 динара и 5 уџбеника по 120 динара. Продавцу је дао 1000 динара. Колико је продавац Мирку вратио кусур?

Анализа:

1.Колико динара је продавац вратио Мирку кусур? – То је питање у задатку.
2.Колико динара је платио Мирко за свеске и уџбенке? (сложени задатак-компонента).
3.Колико коштају свеске? (прост задатак-компонента).
4.Колико коштају уџбеници? (прост задатак-компонента)

Синтеза: (пут синтезе је обрнут путу анализе)

1.Колико динара коштају уџбеници? (решење једног простог задатка-компоненте).
2.Колико динара коштају свеске? (решење другог простог задатка-компоненте).
3.Колико динара коштају уџбеници и свеске заједно? (решење сложеног задатка-компоненте).
4.Колико динара је продавац вратио Мирку? (одговор задатка).

Математички то може да се запише на следећи начин:

а) Са састављањем израза	б) Без састављања израза
1. 7 · 40	1. 7 · 40 = 280
2. 5 · 120	2. 5 · 120 = 600

3. 7 · 40 + 5 · 120 3. 280 + 600 = 880
4. 1 000 – (7 · 40 + 5 · 120 4. 1 000 – 880 = 120

Решавањем крајњег записа из синтезе и решавањем бројног израза, добија се број који је одговор на постављено питање у задатке, тј.

$$1\ 000 - (7 \cdot 40 + 5 \cdot 120) = 1\ 000 - (280 + 600) = 1\ 000 - 880 = 120,$$

односно " продавац је вратио Мирку 120 динара".

Приликом решавања сложенијих текстуалних задатака практикује се састављање шеме. Метутим, да би ученици могли успешно да је користе, она треба да се пажљиво и прегледно направи са циљем да олакша анализу и синтезу задатка. Илустриваћемо шему претходног задатка:

Шема:

Приликом решавања неких типова задатака од велике користи могу бити и графичке илустрације.

Пример: У два суда укупно има 72 *l* воде. Ако из првог суда прелијемо у дрги суд 10*l* воде тада ова два суда имаће исте количине воде. По колико литара воде има сваки од судова?

На слици (1) су претстављени судови у почетном положају, а на слици (2) са преливањем. На дргој слици лако се може уочити да преливањем оба суда имају по: 72 : 2 =36 литара воде. Затим, анализом слике (1) можемо дознати да се из првог суда прелило 10 литара воде, што значи да је на почетку било у првом суду 36 + 10 = 46 литара воде, док је се у други суд додало 10 литара што значи да је на почетку било 36 – 10 = 26 литара воде.

Одговор: На почетку, први суд је имао 46 литара а други суд 26 литара воде.

Пример: Збир два броја је 150. Један је за 10 већи од другог. Који су то бројеве?

Слика:

На слици, два броја претстављамо са дужима различитих дужина. Ако од веће дужи одузмемо 10, добија је мања дуж. Али тада је збир једнаких делова мањи за 10, односно мањи број ће бити једнак:

$$(150 - 10) : 2 = 140 : 2 = 70.$$

Већи број, пак, биће: 70 + 10 = 80.

Одговор: То су бројеви 80 и 70.

Пример: У једном аутобусу путује 42 путника. Мушкараца је 2 пута више него жена, а жена 2 пута више од деце. Колико је у аутобусу мушкараца, колико жена а колико деце?
На слици, број деце је претстављен са дужи, број жена је дуж која је два пута већа, а број мушкараца је дуж два пута већа од дужи која представља жене и 4 пута већа од дужи која представља децу. Н а тај начин добијамо 7 једнаких делова, из којих добијамо број деце: 42 : 7 = 6, жена 2 · 6 = 12 и мушкараца 4 · 6 = 24.

ОБУКА

Сваки математички проблем може се разматрати као задатак, издвајајући у њему *услов*, тј. онај део у коме се дају информације о познатим и непознатим величинама и односима између њих, и *захтева* (упутства шта треба наћи).

Пример 1- Постави знаке <, >, = тако да се добију тачни записи:

3 ... 5, 8 ... 4.

Објашњење: Услов задатка су бројеви 3 и 5, односно 8 и 4.

Захтев – упоређивање тих бројева.

Пример 2- Реши једначину: x + 4 = 9.

Објашњење: Услов је дата једначина.

Захтев – да се нађе њено решење, тј. да се x замени бројем, тако да се добије тачна једнакост.

За решавање сваког захтева примењују се одређени метод или поступак, на основу којег се класификују различити облици математичких задатака:

- конструктивни задаци,
- докази,
- трансформације,
- комбиновани задаци,
- аритметички задаци итд.

У почетној настави математике појам "задатак" обично се користи када се говори о аритметичким задацима. Они се формулишу у облику тектста, који одражава квантитативне односе између реалних објеката. Зато овакве задатке називамо: ***текстуални, тематски или рачунски.***

Почетна настава математике посвећује велику пажњу оваквим задацима због следећих разлога:

- овакви задаци пресликавају практичне ситуације из живота деце и помажу им да схвате реалне квантитативне односе између различитих објеката (величина) а тиме продубљују и проширују своје представе о реалној стварности,
- решавање ових задатака омогућава детету да схвати значај математичких појмова који се изучавају у почетној настани математике,
- решавањем задатака код деце се формирају умења, неопходна за решавање сваког математичког задатака (уочавају се познате и непознате величине, услови и питања, утврђује зависност између њих, закључује, моделује, проверава добијени резултат).

Потребно је размотрити и проблем појма "решење задатка". Тај појам може се разматрати са различитих аспеката:

- решање као резултат, као одговор на питање постављено у задатку, и
- решење као процес налажења тог резултата – решавање.

Гледиште методике је да се у први план узима процес налажења резултата. Исто тако, налажење резултата може се разматрати са различтитих становишта у смислу:

- начина добијања резултата, и
- низа операција које улазе у овај или онај поступак.

Наведене чињенице јасније ће бити ако решимо текстуални задатак.

Задатак – Осам јабука је стављено на тањире, тако да се на сваком тањиру налазе по две јабуке. Колико је тањира било потребно?

Објашњење:

Ученици овај задатак могу решити и ако немају никакву представу о дељењу и начину записивања ове операције ако се ослањају на своје животно искуство и користећи знање о бројању од 1 до 8.

Избројаће 8 јабука, ставити 2 на један тањир, затим 2 на други тањир итд. док не распореди све јабуке. Остаје му да изброји тањире и добије одговор на постављено питање.

Овакав начин решавања задатака називамо ***практични***.

Пошто ученици усвоје смисао дељења и његов запис, задатак се може решити, ***аритметичким начином***, применом једнакости:

$$8 : 2 = 4.$$

Задатак можемо решити и ***алгебарским начином***:

- број тањира је непознат, означимо га са x,
- на сваком тањиру се налазе по 2 јабуке, укупан број јабука је - $2 \cdot x$,
- пошто се зна да је укупно 8 јабука, може се написати једначина:

$$2 \cdot x = 8,$$

- решавањем јеначине добијамо:

$$x = 8 : 2, \quad x = 4.$$

Исти задатак можемо решити и ***графичким начином***.

Представимо сваку јабуку једном дужи па овај начин је близак практичком начину али има апстрктнији карактер и захтева специјално објашњење.

Слика:

Задаци у којима за одговор на постављено питање треба обавити једну рачунску (аритметичку) операцију називају се ***простим***, а ако је за одговор на постављено питање потребно обавити две или више операција онда се такви задаци називају ***сложени***. И прости и сложени задаци могусе решавати на различите начине.

Задатак- Рибар је уловио 10 риба, од тога 3 штуке, 4 гргеча, док су остале деверике. Колико је деверика уловио рибар?
Задатак решити практично, аритметички, алгебарски и графички.

Основни циљ почетне наставе математике је обучавање најмлађих ученика за решавање задатака аритметичким начином, који се своди на избор аритметичких операција које моделују (представљају) везе између датих и непознатих величина. Решење задатка се предстаља у облику низа бројних једнакости са објашњењем или бројног израза. Оваква настава користи различите облике записа решења задатка:

- по операцијама,
- по операцијама са објашњењем,
- са питањима, и
- помоћу израза.

Пример – Дечак је имао 90 књига. 28 књига је ставио на прву полицу, 12 књига на другу, остале на трећу полоцу. Колико књига је ставио на трећу полицу?

а) Решење по операцијама:

1) 28 + 12 = 40 (књига)
2) 90 – 40 = 50 (књига)

Одговор: На трећој полици је ставио 50 књига.

б) По операцијамаса објашњењем:

1) 28 + 12 = 40 (књига) – на првој и другој полици
2) 90 – 40 = 50 (књига) – на трећој полици

Одговор: 50 књига.

в) Са питањима:

1) Колико књига је било на прве две полице?
28 + 12 = 40 (књига)
2) Колико књига је било на трећој полици?
90 – 40 = 50 (књига)

Одговор: На трећој полици је било 50 књига.

г) Помоћу израза:

90 – (28 + 12)

Приликом записа решења задатка помоћи израза, може се израчунати његова вредност па је:

$90 – (28 + 12) = 50$ (књига)

Одговор: 50 књига на трећој полици.

Треба посебно нагласити и скренути пажњу на тумачење појмова:

- решење задатка на различите начине (практични, аритметички, графички, алгебарски),
- различити облици записа аритметичког начина решавања задатка (по операцијама, по оверацијама са објашњењем, са питањима, помоћу израза), и
- решење задатка различитим аритметичким начинима (ради се о могућностима постојања различитих веза између познатих и непознатих величина, што умогућава избор других операција или други редослед операција који одговара на питање постављаену о задатку).

Пример – Предходни задатак решен на различите аритметичке начине:

Први начин:

1) $90 – 28 = 62$ (књига) – на другој и трећој полици,
2) $62 – 12 = 50$ (књига) – трећој полици

Одговор: 50 књига на трећој полици.

Други начин:

1) $90 – 12 = 78$ (књига) – на првој и трећој полици
2) $78 – 12 = 50$ (књига) – на трећо полици.

Један од начина решавања задатака може се назвати схематски моделовањем. За разлику од графичког начина решавања, који омогућава одговор на питање уз помоћ бројања и додавања, схема моделира само везе и односе између познатих и непознатих величина. Ти односи се не могу увек преставити у облику симболичког модела (израз, једнакост), а често то није ни сврсисходно. И поред тога, моделовање задатка у облику схеме понекад омогућава да се одговори на питање постављено у задатку.

Пример – Ако се цена уџбеника смањи 3 пута, добије се цена блока. Блок је три пута скупљи од свеске. Бојице су 9 пута скупље од свеске. Да ли је новац који је мајка дала за куповину уџбеника, довољан за куповину бојица?

Решење – Задатак решавамо моделовањем помоћу односа дужи.

Уџбеник - 0 0 0 0

Блок - 0 0 0 0
Свеска - 0 0
Бојице - 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Одговор: Биће довољно новца за куповину бојица.

Користеци знања о математичким односима ученици ће са задовољством решавати овакве задатке.

Треба уназати и на комбиновани начин решавања задатака који се своди на решавање користећи истовремено и схеме и бројне једнакости.

Пример – Када је из гараже изашло 18 аутомобила, остало их је три пута мање, него што их је било. Колико је било аутомобила у гаражи?

Решење – Решавање датог задатка аритметичким путем је доста тешко за ученике. Ако се користи схема онда се лако прелази на запис аритметичке операције.

Остало – 0 0
Било - 0 0 0 0
18 аут.

1) 18 : 2 = 9 (аут.)
2) 9 · 3 = 27 (аут.)

Одговор: У гаражи је било 27 аутомобила.

Различити методички прилази формирању умења решавања задатака

Питање како научити дете да одређује везе између датих и тражених величина у текстуалном задатку и с тим у вези бира а затим извршава аритметичке опрације, у методичкој науци се решава на различите начине.
Ипак, најбројнија методичка упутства у вези обучавања најмлађих ученика решавању задатака могусе разматрати састановичта два приципијално различита начина.

Један прилаз је усмерен на формирање код ученика умења решавања задатака одређених типова (неки методичари употребљавају термин "вртсте").
Деца прво уче да решавају просте задатке, а затим сложене, који садрже у себи различите комбинације простих задатака.
Процес обучавања за решавање простихзадатака истовремено представља и процес формирања математичких појмова. У зависности од појмова који се разматрају у почетној настави математике, прости задаци се деле на три групе.

Прва група – прости задаци чије решавање омогућава да деца усвоје смисао појединих аритметичких опреација:

- налажење збира,
- налажење остатка,
- налажење збира једнаких сабирака,
- дељење на једнаке делове,
- дељење по садржају.

Друга група – прости задаци чије решавање омогућава да деца усвоје везу између компонената и резултата аритметичке операције. То су прости задаци налажења непознатих компоненте (8 врста).

Трећа група – прости задаци приликом чијег решавања деца усвајају појмове разлике (6 врата) и вишеструког односа (поређења) (6 врста).

У прву врсту задатака за налажење разлике два броја спадају задаци са питањем: "За колико је веће ... ?".

Пример – Радници су саградили једну кућу за 10 недеља, а за другу за 8. Колико недеља су више утрошили на изградњу прве куће?

У другу врсту – задаци са истим условом, али са питањем: "За колико је мање ...?".

Пример – Радници су саградили једну кућу за 10 недеља, а другу за 8. Колико недеља су мање утрошили на изградњу друге куће?

Трећу врсту представљају задаци у којима се повећава за неколико јединица (директан облик).

Пример – Радници су саградили једну кућу за 8 недеља, а за изградњу друге куће су утрошили две недеља више. Колико недеља су утрошили на изградњу друге куће?

Четврту врста такође представљају задаци у којима се број повећава за неколико јединица (индиректн облик).

Пример – Радници су саградили једну кућу за 8 недеља. То је за две недеља мање од времена које су утрошили за изградњу друге куће. Колико недеља су градили другу кућу?

Пету и шесту врсту представљају задаци у којима се број смањује за неколико јединица (директан и индиректан облик).

Седма и осма врста – вишеструко упоређивање бројева (аналогно првој и другој врсти).

Девета и десета врста – повећавање броја за неколико пута (аналогно трећој и четвртој врсти).

Једанаеста и дванаеста врста – смањивање бројева за неколико пута (аналогно петој и шестој врсти).

Задатак – Размислите да ли се број врста задатака може смањити са гледишта садржаја математичких појмова који се формирају код најмлађих ученка? Образложити свој одговор.

Обучавање решавању задатака обавља се у складу са логиком изградње курса математике, тј. деца се упознају са одговарајућим врстама простих задатака, приступајући учењу новог појма. С тим у вези, математички појмови се усвајају у процесу решавања простих задатака.

Међутим, као што је познато, процес решавања текстуалног задатка представља пре свега анализу његовог текста.

Циљ те анализе је:

- утврђивање услова,
- питања,
- познатих и непознатих,
- одређивање односа између њих и
- избор аритметичке операције, чије обављање омогућава давање одговора на питање постављено у задатку.

Приступајући решавању простих задатака, млађи ученици нису спремни за такву активност, пошто је за избор аритметичке операције потребно имати представу о њој. Зато се прости задаци решавају практично, уз помоћ бројања или додавања (припремна етапа), затим се даје образац записа решења задатка у облику бројне једнакости (упознавање са решењем задатка), после тога се задаци такве врсте утврђују у процесу решавања аналогних задатака (етапа утврђивања).

На тај начин, методика обучавања за решавање простих задатака орјентисана је на три ступња: припремни, упознавање, утврђивање. Користећи за решавање задатака свакодневне преставе и орјентишући се на речи: поклонити-узео, било-остало, дошли-отишли итд, већина ученика "препозна" задатак и сети се којом операцијом се он решава.

Пример – С аеродрома је ујутро одлетело 7 авиона, а увече још 3. Колико је укупно авиона одлетело с аеродрома?

Образложење: Овај задатак спада у теже, јер орјентишући се на реч "одлетео" ученици могу обавити операцију одузимања.

Вежба 1 – Нађите у уџбенику математике странице, где се ученици упознају са појмом поређења преко разлике. Који степен обуке за решавање задатака дате врсте је одражен на тим страницама.

Вежба 2 – Нађите у уџбенику математике задатке, у чијем решавању се код ученика формирају појмови "повећати за" и "смањити за". Користећи задатке из уџбеника, конкретизујте сваки степен обуке за решавање простих задатака дате врсте.

Методика рада са сваком новом врстом сложених задатака такође се обавља у складу са иста три степена:

- припремни,
- упознавање,
- утврђивање.

Решавање сложеног задатка (при датом прилазу) своди се на њено рашчлањавање на низ простих задатака и њихово поступно решавање. Зато, неопходан услов за решавање сложеног задатка представља чврсто умење деце да решавају просте задатке, који улазе у састав сложеног задатка.

Процес решавања сваког сложеног задатка обавља се по етапама и то:

- упознавање са садржајем задатка,
- тражење решења,
- састављање плана решавања,
- записивање решења и одговора и
- провера решења задатка.

На примеру описујемо активност учитеља и ученика у прве три етапе.

Пример – Пеђа је имао 17 француских и 13 руских марака. Другу је поклонио 6 марака. Колико марака му је остало?

Образложење:

- Прво задатак прочита учитељ или неко од ученика (***прво читање***).
- Затим учитељ каже ученицима да сами пажљиво прочитају задатак, пошто неки ученици нису у стању да се сконцентришу на његов садржај при читању наглас (***друго читање***).
- Ко може да понови задатак? (деца понављају текст по сећању – ***треће читање***).

- Издвајање услова и питање задатка (***четврто читање***-у суштини се опет понавља текст).
- Шта нам је познато? (***пето читање***- ученици понављају услов).
- Шта је непознато? (понавља се питање).

Значи, ученици пет пута понављају текст: прво читање наглас, затим у себи, па по деловима (услов и питање), издвајају познато и непознато.

Резултат овог рада требало би да буде схватање текста, тј. Представљање ситуације коју он описује. Међутим, као што показује пракса, понављање текста задатка не доводи увек до његовог разумевања. Ученици читају задатак, понављају га, издвајају услов и питање, потврдно одговарају на питање: "Да ли си разумео задатак?", али не могу да почну да га самостално решавају.

У даљем раду учитељ покушава да помогне деци допуњујући фронтално излагање кратким записом на табли:

Било: 17 марака и 13 марака,

Дао: 6 марака,

Остало ?

Користећи такав запис, он организује усмерено тражење решења, примењујући један од начина растављања задатка: ***синтетички*** од познатих величина ка питању) или ***аналитички*** (од питања ка познатим величинама).

При синтетичком начину растаљања, утврђује се шта представља сваки познати број у услову и шта се може наћи, тј. на какво питање се може одговорити, помоћу тих података.

Пренето на дати задатак, то изгледа овако:

- Шта означава број 17? (Пеђа је имао 17 француских марака)
- Шта означава број 13? (Пеђа је имао 13 руских марака)
- Шта се може сазнати на основу тих података? (Колико марака је имао Пеђа? За колико је имао више француских марака, од руских?)
- Шта треба да одредимо да бисмо одговорили на постављени питање? (Колико укупно марака је имао Пеђа?)
- Због чега је то потребно знати? (По услову задатка је познато, да је Пеђа поклонио другу 6 марака. Ако одредимо колико је укупно имао марака, моћи ћемо да нађемо колико марака му је остало.)

Користећи овај начин растављања, учитељ може утицати на ток размишљања ученика, постављајући им следећа питања:

- Шта представља број 17? Број 6? (Те марке је Пеђа поклонио другу.)
- Ако су тих 6 марака биле француске, шта можемо одредити на основу тих података? (Колико је Пеђи остало француских марака.)
- Шта нам је још познато? (Пеђа је имао још 13 руских марака.)
- Може ли се одговорити на питање задатка? (Да. Потребно је преосталим француским маркама додати руске.)

Аналогно се обавља растављање од задатих величина ка питању, ако се претпостави да су свих 6 марака које је Пеђа дао другу биле руске.

Орјентишући се на кратак запис, ученици могу успешно одговорити и на питања уоквиру аналитичког начина растављања задатка (од питања ка подацима).

- Шта је потребно знати, да би се одговорило на питање? (Потребно је знати, колико је укупно марака имао (Пеђа и колико је марака поклонио.)
- Знамо ли, колико је Пеђа имао марака? (Претпоставља се одговор: - Не, то је потребно одредити, тако што се саберу француске и руске марке.)
- Може ли се сада одговорити на постављено питање? (да. Треба од свих марака одузети 6.)

Користећи приликом решавања сваког задатка аналитички или синтетички начин растављања учитељ на крају крајева успева да научи децу да сама себи задају ова питања одређеним редоследом и обављају расуђивања, повезана с решавањем задатака.

Међутим таква делатност при решавању задатака сваке врсте тешко може стимулисати активирање мишљења ученика. Тим пре, ако се ради о решавању задатака одређених врста, чики се текст такође одликује једноличношћу:

- на почетку је увек услов,
- затим долази питање.

Ако се питање формулише нестандардно, тако да текст задатка почне питањем, то се већ сматра за вежбу стваралачког карактера. У ову катерорију се убрајају и задаци са недовољно података или са вишком података, као и вежбе састављања или прераде задатака.

И мада "решавање задатака повишене тежине (како примећују присталице овог прилаза) помаже стварању навике пажљивог разматрања садржаја задатка и свестраног осмишљавања везе између задатих и тражених величина", ипак се њихова примена препоручује само у случају, ако је деци "познато решење обичних задатака, на које се своди решење датог задатка повишење тежине".

Основна метода обучавања за решавање сложених задатака у датом прилазу је "показивање решења одређених врста задатака и значајна, понекад и исцрпљујућа пракса на њиховом овладавању". Зато многи ученици решавају задатке само по обрасцу. А када се сретну са задатком непознатог типа (врсте), кажу: "Ми такве задатке нисмо решавали".

Други прилаз

Код другог прилаза, процес решавања задатака (простих и сложених) се разматра као прелаз од модела израженог речима на математички или схематски модел.

У основи овог прилаза лежи семантичка анализа текста и издвајање у њему математичких појмова и односа (математичка анализа текста). Природно, ученици морају бити припремљени за такав рад. Одатле следи да упознавању најмлађих ученика са текстуалним задацима мора предходити специјалан рад на формирању математичких појмова и односа, које ће они користити при решавању текстуалних задатака.

Пошто је процес решавања задатака повезан са издвајањем поставки и извођењем закључака, такође је (пре упознавања са задатком) потребно код најмлађих ученика формирати оне логичке поступке мишљења (анализа и синтеза, поређење, уопштавање), који обезбеђују њихову мисаону делатност у процесу решавања задатака.

Пре упознавања са задатком ученици такође морају стећи одређено искуство о вези разматраних, текстуалних, схематских и симоличких модела које они могу користити за интерпретацију текстуалног модела.

Натај начин, спремност ученика за упознавање са текстуалним задацима претпоставља фомираност:

- навика читања,

- представа о смислу операције сабирања и одузимања, њиховој узајамној вези, појмова "повећати (смањити) за", упоређивање преко разлике,
- основних мисаоних операција (анализа и синтеза, поређење),
- умења описаних разматраних ситуација и њиховог превођења на језик схеме и математичких симбола,
- умења цртања, сабирање и одузимања дужи,
- умења превођења текстуалних ситуација у предметне и схематске моделе.

Вежба – Проанализирати уџбеник математике и наведите задатке приликом чијег решавања се код ученика формира спремност за упознавање са текстуалним задацима.

Методички поступци у обучавању најмлађих ученика за решавање задатака

Рад обављен на припремној етапи за упознавање са текстуалним задацима, омогућава организовање делатности ученика усмерене на усвајање њихове структуре и разумевање процеса њиховог решавања.

При томе је главни циљ стицања искуства семантичке и математичке анализе различитих текстуалних задатака и формирање умања њиховог преставља у облику схематских и симбиличких модела.

Средство за организацију ове делатности могу бити специјални задаци за обуку, који укључују методичке поступке упоређивања, избора, трансформације и конструкције.

Вежба – Нађите у уџбенику математике странице, на којима се ученици упознају са структуром текстуалних задатака. Какви методички поступци се користе за организацију њиховог рада.

Размислите, како бисте ви одржали први час упознавања са задацима, користеци умења и навике, којима су ученици овладали на припремној етапи.

За стицање искуства у семантичкој и математичкој анализи текстуалних задатака (простих и сложених), користи се поступак упоређивања текстова задатака. Задаци који служе у ту сврху имају облик:

• По чему су слични текстови следећих задатака? По чему се разликују? Који задатак можеш решити? Који не можеш? Зашто?

1. На једној жици су следтеле ласте, а на другој – 7 врабаца. Колико је укупно било птица на жицама?
2. На једној жици је седело 9 ласта а на другој 7 врабаца. Колико је укупно било птица на жицама.

• **Размисли! Да ли ови текстови представљају задатке?**

1. На једном тањиру се налазе 3 краставца, а на другом 4. Колико је укупно било парадаиза на тањирима?
2. У једном насаду је расло 5 лала и 3 руже. Колико је било лала?

• **Упореди текстове задатака. По чему су они слични? По чему се разликују? Може ли се тврдити да ће њихова решења бити једнака?**

1. Поред куће је расло 7 стабала јабуке и 3 вишње. Колико је укупно било стабала воћа?
2. Поред куће је расло 7 стабала јабуке, 3 вишње и 2 брезе. Колико је укупно било стабала воће?

• **Упореди текстове задатака. По чему су они слични? По чему се разликују?**

1. Из бурета је сипано 10 ведрица воде. Колико ведрица воде је остало у бурету?
2. У бурету има 40 ведрица воде. Колико ведрица воде је остало у бурету?

Наведени примери показују да су коришћени текстови задатака са следећим особинама:

- са недовољним и сувишним подацима,
- са противуречним условом и питањем,
- са питањем, које се тражи, оно што је већ познато.

Наведени задаци омогућују да ученици направе прве кораке у осмишљавању структуре задатака.

Вежба – Нађите у уџбеницима математике и сами саставите задатке, у процесу чијег решавања деца уче да анализирају текст задатка.

Ради формирања умења бирања аритметичке операције помоћу које се решава задатак, ученицима се дају задаци у којима се користе поступци:

1) Избор схеме

• У торби се налази 14 свезака. Од њих је 9 на квадратиће док су остале на линије. Колико свезака на линије се налази у торби.

Јована је нацртала уз задатак овакву схему:

Никола – овакву:

Ко је од њих двоје непажљиво прочитао текст задатка?

2) Избор питања

• Од жице дужине 15 dm одсечено је 2 dm, а затим још 4 dm.
Размисли! На која од следећих питања се може одговорити, користећи те услове:

- Колико је укупно одсечено дециметара жице?
- За колико је дециметара мање одсечено први пут, него други пут?
- За колико је дециметара жица постала краћа?
- Колико дециметара жице је преостало?

3) Избор израза

• У трци бициклиста стартовало је 70 спортиста. Током прве етапе трку је напустило четворо бициклиста, а током друге – њих 6. Колико их је стигло на циљ?
Изабери израз, који представља решење задатка:

6 + 4	6 – 4	70 – 6
70 – 6 – 4	70 – 4 – 6	70 – 4

4) Избор услова уз дато питање

• Изабери услов уз дато питање и реши задатак?
Колико је укупно деце у учионици?

- У учионици је 30 деце, од тога 16 дечака.

- У учионици се налазе дечаци и девојчице. Дечака има за 7 мање од девојчица.
- У учионици се налази 8 дечака и 20 девојчица.
- У учионици се налази 8 дечака, а девојчица је више за 2.
- У учионици се налази 8 дечака, а девојчица је мање за 2.

5) Избор података

• На аеродрому је било 75 авиона. Колико је авиона остало?
Изабери податке, којима се може допунити услов задатка, да би се одговорило на постављено питање.

- Пре подне је долетело 10 авиона, док је после подне одлетело 30.
- Одлетело је за 20 авиона више, него што их је било.
- Прво је одлетело 30 авиона, а затим још 20.

6) Измена текста задатка у складу са датим решењем

• Размисли! Шта треба изменити у текстовима следећих задатака, да би израз 9-6 био решење сваког од њих?

- На двема клупама је седело 6 девојчица. На једној од њих – 9. Колико девојчица је седело на другој клупи?
- У воћнаку је расло 9 жбунова црвених рибизли, док је жбунова црне рибизле било за 6 више. Колико је било жбунова црне рибизле*
- У гаражи се налази 9 путничких аутомобила и 6 камиона. Колико је укупно возила у гаражи?

7) Постављање питања, које одговара датој схеми

• Драган је виши од Петра за 20 cm, а Петар од Саше за 7 cm. Погледај схему и размисли, на које питање се може одговорити користећи дати услов.

20

Драган ____

7

Петар ______________________________

Саша ________________________

8) Објашњавање израза састављених према датом услову

• Фармер је продао 45 kg мирођије, першуна за 4 kg више него мирођије и 19 kg целера. Колико је килограма зелени укупно продао? Шта представљају следећи изрази, састављени према услову задатка:

45 – 19   45 + 19   45 + 4   45 – 4

9) Избор решења задатка

• Кокошка је лакша одзеца за 4 kg, а зец је лакши од пса за 8 kg. За колико је пса тежи од кокошке? За колико је кокошка лакша од пса?

Марија је решила задатак овако:
8 + 4 = 12 (kg)

Кокошка ____________________

Зец ____________________________

Пас ______________________________________

А Јован овако: 8 – 4 = 4 (kg)

Ко је у праву: Марија или Јован?

Вежба – Изаберите из уџбеника Математике или сами саставите задатке у којима се користе различити методички прилази обучавању деце за решавање задатака.

За организацију продуктивне делатности ученика, усмерене на формирање умења решавања текстуални задатака, учитељ може користити задатке за вежбу, који, укључују различите комбинације методичких поступака.

Рад са овим задацима погодно је организовати фронтално. То ће створити услове за разматрање одговора деце и укључивање ученика у активну мисаону делатност.

Наводимо могуће варијанте организације рада ученика са овим задацима.

• У кутији се налази за 4 оловке више, него у перници. Колико оловака се налази у перници?

- Зашто не можеш да решиш задатак?

Изабери податке којима се може допунити услов задатка, тако да се може одговорити на питање, обављањем сабирања:

а) У перници се налази 7 оловака.
б) У перници се налази за 6 оловака мање.
в) У кутији се налази 9 оловака.
г) У кутији и перници се налази укупно 14 оловака.

Као што се види, дати пример укључује текст задатка и начин избора података.

Да би се повећао степен самосталности ученика при анализи текста задатка, погодно је записати задатак на табли и преложити да га деца самостално реше. Већина ученика одмах запажа да се задатак не може решити, јер нема довољно података.

Тада учитељ каже ученицима да отворе уџбеник и прочитају задатак: "Изабери податке ... "

Деца износе своје предлоге, који се затим разматрају.

На пример, већина ученика обично бира варијанту а), али при томе мења питање задатка.

Тако се добија текст: "У перници се налази 7 оловака. У кутији се налази за 4 оловке више, него у перници. Колико оловакасе налази укутији?"

После дискусије, ова варијанта се одбацује, пошто задатак треба допунити подацима, али тако да се не промени питање.

Ако се питање не промени, тада се при избору варијанте а) на њега може одговорити, без обављања аритметичке операције, пошто се у питању тражи оно што је већ познато.

Деца предлажу варијанту в): "У кутији се налази 9 оловака, што је за 4 оловке више, него у перници. Колико оловакасе налази у перници?"

При разматрању решења овог задатка, корисно је преформулисати његов текст, користећи смисао појма "више за".

Деца расуђују: "Ако се у кутији налази за 4 оловке више, то значи да се у перници налази за 4 оловке мање. Зато се може изменити текст задатка:

"У кутији се налази 9 оловака, а у перници – за 4 оловке мање. Колико оловака се налази у перници?"

Ако ученици имају тешкоће да схвате ову преформулацију, дати задатак треба представити у облику схематског модела:

9

Кутија

4

?

Перница

И ова варијанта се одбацује, пошто се задатак решава одузимањем.

Одбацује се и варијанта б), пошто у перници не може истовремено бити за 4 оловке мање и за 6 оловака мање, него у кутији.

Преостаје варијанта г), чијим избором се добија задатак:

"У кутији и перници се налази укупно 14 оловака. У кутији се налази за 4 оловке више, него у перници. Колико оловака се налази у перници?

И ова варијанта се може одбацити, јер се помоћу сабирања не може одговорити на питање задатка (Нека деца то одмах примећују).

И поред тога, постоје различита мишљења:

- задатак се не може решити,
- задатак се може решити, али је за то потребно извршити неколико операција.

Ради провере предлога ученика, учитељ може користити "избор схеме".

Погодно је предложити следеће варијанте:

1) К.

} 14

П.

2) К. 4

} 14

П.

3) К.

4 } 14

П.

Ученици одбацују прву и трећу варијанту, јер не одговарају услову.

Друга варијанта схеме одговара услову, зато се може размотрити решење добијеног задатка. То је боље урадити усмено, без записивања операције. Учитељ каже деци да покрију дуж која представља 4 оловке. Она тако примећују да су дужи које означавају број оловака у перници и кутији постале једнаке. Будући да ученици првог разреда још нису упознати са дељењем, број оловака у перници или кутији могу одредити бирањем, користећи знања састава броја 10 (у перници 5 оловака и у кутији 5 оловака). "Вратимо" сада у кутији оне 4 оловке, које смо били склонили. Добијамо 9 оловака у кутији.

Пошто је при решавању датог задатка коришћено не само сабирање, већ и одузимање, ова варијанта се такође одбацује.

На тај начин, ниједна од преложених варијаната не одговара. Нека деца износе претпоставку да се дати услов не може допунити тако да се задатак решава сабирањем, пошто у перници има мање оловака. Потребно је не допунити, већ *изменити* услов задатка, или изменити задатак, тј. одговорити на задатак користећи одузимање. Ученици саствављају задатак у којем се мења услов. Текст задатка се записује на табли:

"У кутији се налази 9 оловака, за 4 мање него у перници. Колико оловака се накази у перници ?"

Решење задатка деца могу одредити самостално.

Анализа резултат самосталног решавања задатка омогућава учитељу да коригује свој рад. Ако су ученици погрешили , на пример, записали решење задатка на следећи начин:

9 – 4 = 5 (оловака),

Она записује на табли две варијанте решења:

9 + 4 = 13 (оловака), и 9 – 4 = 5 (оловака),

И тражи од ученика да образложе своје поступке.

Постоји и друга могућност. Учитељ црта на табли произвољну дуж, која представља број оловака у кутији, а од ученика, који је записао погрешно решење, тражи да нацрта дуж, која представља број оловака у перници. Ако ученик погрешно нацрта схему, то ће сведочити да он не разуме смисао конструкције: "ова је мања за четири".

Пошто ученици стекну извесно искуство у семантичкој и математичкој анализи текстуалних задатака учитељ им може давати да самостално решавају такве задатке. При томе не треба журити са оцењивањем самосталног рада, пошто он у већој мери служи за обуку, него за контролу. Зато резултати добијени самосталним решавањем задатака треба да буду предмет дискусије.

Пример- Током лета, ученици првог разреда су сакупили 8 kg лековиттих трава, ученици другог разреда – за 4 kg више од ученка првог разреа, а ученици трећег разреда – за 3 kg мање од ученика другог разрда. Колико килограма лековитих трава су скупили ученици трећег разреда.

Пошто се прочита задатак (то чини учитељ или неко од ученика), ученици пристпају његовом решавању. Учитељ им може дати само поступак:

"Ако нацртате схему, која одговара задатку, лакше ћете га решити".

За самостално решавање задатка даје се одређено време (7-10 мин.). Учитељ само посматра шта раде ученици, не дајући им никаква упутства ни савете.

Пошто истекне вереме одређено за самосталан рад, учитељ каже деци:

"Посматрао сам шта радите. Неки од вас су нацртали схеме, док су други одмах записали решење. Аје да их погледамо".

Учитељ или деца цртају на табли схеме. Неке од њих могу бити тачне, а неке нетачне. Може се догодити и да су све схеме тачне, или да су све нетачне. На пример:

1 раз. ________________	1 раз. ________	1 раз. _____
2 раз. _____________	2 раз. _________	2 раз. _________
3 раз. ________	3 раз. ___________	3 раз. _______

Ученици одбацују или прихватају сваку од схема, означавајући на њој податке, који одговарају услову задатака.

Различита решења могу се записати на табли:

а) 1) 8 + 4 = 12 (kg)

б) 1) 8 – 4 = 4 (kg)
2) 4 – 3 = 1 (kg)

в) 1) 8 + 4 = 12 (kg)
2) 12 + 3 = 15 (kg)

г) 1) 8 + 4 = 12 (kg)
2) 12 – 3 = 9 (kg)

д) 1) 8 + 4 = 12 (kg)
2) 8 – 3 = 5 (kg)

Анализиралући свако од решења, деца запажају начињене грешке.

Рад са задатком се може продужити, користећи при том друге методичке прилазе: избор и постављање питања уз дати услов, мењање услова у складу са датим решењем.

У једном случају учитељ предлаже ученицима да изаберу питања на која се може одговорити, користећи дати услов:

- Колико килограма лековитих трава су сакупили ученици првог и другог разреда?

- колико килограма лековитих трава су сакупили ученици свих разреда?

- За колико су мање лековитих трава сакупили ученици првог разреда од ученика другог разреда? (На питање се може одговорити без обављања аритметичке операције)

- За колико су више лековитих трава сакупили ученици другог разреда од ученика првог разреда?

- Ко је сакупио више лековитих трава: ученици трећег разреа или ученици првог разред, и за колико?

- Колико килограма лековитих трава су сакупили ученици петог разреда? Итд.

У другом случају деца сама формулишу ова питања. У трећем случају ученици предлажу промену услова задатка, тако да, на пример, његово решење буде:

а) 1) $8 - 4 = 4$ (kg)
2) $4 + 3 = 7$ (kg)

б) 1) $8 + 4 = 12$ (kg)
2) $12 + 3 = 15$ (kg)

в) 1) $8 - 4 = 4$ (kg)
2) $4 - 3 = 1$ (kg)

Приоритет који при решавању ових задатака има обучавање никако не смањује контролну функцију. Контроли, међутим треба организовати на такав начин да она не изазове негативне емоције код деце и не доведе до стресних ситуација. За то је довољна једна учитељева реченица, на пример: "Сада ћу сакупити ваше свеске и погледаћу која питања још да прорадимо".

На аналоган начин се организује ра са задацима чији је математички садржај повезан са нивим појмовима и односима. У почетој настави математике то су појмови множења и дељења, "повећати (смањити) ... пута" и вишеструка поређења. Ради њиховог усвајања такође се не користе прости задаци, већ утврђивање односа између предметних, шематских и симоличких модела.

И поред тога, мора се имати увиру да су деца, приступајући учењу новог блока појмова, већ упозната са структуром задатака, њиховим решавањем, имају већ извесно искуство у анализи текстова задатака и њиховој интерпретацији у облику схематског и симболичког модела.

Зато се већ на етапи усвајања нових математичких појмова ученицима дају вежбе за обуку, повезане са решавањем задатака, у којима се користе различити методички поступци.

На пример, после обдаде комутативног својства множења, ученицима се може дати овакав задатак:

• Вера и Нада су садиле лале. Вера је посадила 8 редова, по 9 лала у сваком, а Нада – 9 редова са по 8 лала. Да ли се, без израчунавања, може утврдити да је Вера посадила исто толико лала, као Нада?

Користећи дати услов, објасни шта представљају изрази:

$$72 + 72,\quad 72 \cdot 2,\; 8 \cdot 9 - 8,\; 8 \cdot 7,\; 9 \cdot 5,\; 9 \cdot 6 - 9$$

Ради усвајања смисла множења и појма "повећати неколико пута" ученицима се дају задаци:

• Тања има 9 година. Бакаје старија од Тање 7 пута. Колико година има мама,ако је она млађа од баке за 36 година?

Решење:

Користећи правилну схему, објасни различите начине решавања датог задатка:

1. начин	2. начин
$9 \cdot 3 = 27$ (год.)	1) $9 \cdot 7 = 63$ (год.)
	2) $63 - 36 = 27$ (год.)

• У гаражи је у 6 редова стајало по 9 аутомобила. Из сваког реда је отишло 8 аутомобила. Колико аутомобила је остало у гаражи?

Објасни, шта означавају следећи изрази, састављени према услову задатка:

$$9 \cdot 3 \qquad 9 \cdot 5 \qquad 9 \cdot 6 \qquad 8 \cdot 2$$
$$8 \cdot 3 \qquad 8 \cdot 6 \qquad 9 - 8$$
$$(9 - 8) \cdot 2 \qquad (9 - 8) \cdot 3 \qquad (9 - 8) \cdot 6$$

• Једног дана у продавници је продато 4 кутије воћних сокова, са по 20 флаша, и још 7 флаша.

Другог дана продато е 3 кутије и још 2 флаше. На која питања ћеш одговорити, ако извршиш следеће аритметичке операције?

$$20 \cdot 4 \quad 20 \cdot (4 + 3) \quad 4 + 3$$

$$20 \cdot 4 + 7 \quad 7 + 2 \quad 20 \cdot 3 + 2 \quad 4 - 3$$

Приликом одређивања смисла дељења, појам "смањити ... пута" и вишеструког поређења могу се давати овакви задаци:

• У продавници животиња (кућних љубимаца) хрчкови и кунићи су стављени у кутије. За хрчке је било потребно 21: 7, а за куниће 54 : 9 кутија.

Може ли, користећи ове изразе, одговорити на питања:

а) Колико је било хрчака у продавници?

б) Колико хрчака је било у свакој кутији?

в) Колико је било кунића у продавници?

г) За колико је било више кунића од хрчака?

На која још питања можеш одговорити, користећи ове изразе?

• Тата је у шуми нашао 56 медењача. Лисичарки – 8 пута мање од медењача. Вргања – 6 пута више од лисичарки, а чампињона – 12 мање од вргања.

На које питање можеш одговорити без рачунања, а на која помоћу рачунања:

а) Колико пута је више медењача, од лисичарки?

б) Колико лисичарки је нашао тата?

в) Колико вргања је има нашао тата?

г) За колико је више вргања, од лисичарки?

д) Колико медењача и лисичарки је нашао тата?

ђ) Колико укупно има вргања и шапмињина?

• Деца су скуљаја печурке. Драган је нашао 24 шампињона, Сашка – 8, а Маја – 4.

На која питања ћеш одговорити, ако обавиш следеће операције:

$$24 : 8 \quad 24 - 4 \quad 24 : 4 \quad 8 - 4$$

$$8 + 24 \quad 8 + 4 \quad 24 + 8 + 4 \quad 8 : 4$$

• Љуба има 5 значака, а Тања – три пута више од ње. Каћа има толико зачака, колико Љуба и Тања заједно. Колико пута више значака има Каћа од Љубе?

Изабери схему која одговара услову задатка и одговори на постављено питање?

Слика:

Прилком одређивања правила редоследа извршавања аритметичких операција ученицима се могу дати следећи задаци:

• Ученици другог разреда, сви заједно, имају 39 оловака. Шест ученика има по једну оловку, пет ученика – по три, док остали имају по две оловке. Колико ученика има по две оловке?

Маша је решење овог задатка предтставила следећим изразом:

$$39 - 1 \cdot 6 + 3 \cdot 5$$

Миша је добио следеће решење:

$$39 - (1 \cdot 6 + 3 \cdot 5)$$

Ко је у праву: Миша или Маша?

· Продавац новина је пре подне продао 57 новина по 45 динара, а после подне још 17 новина. Колико је добио новаца од продаје новина? Запиши решење задатка помоћу израза.

Миша је решио задатак овако: $45 \cdot 57 + 17$,

Маша – овако: $45 \cdot (57 + 17)$

Ко је у праву: Миша или Маша?

Вежба – Нађите у уџбенику Математика задатке, помоћу којих деца уче да решавају задатке повезане са смислом дељења, смањивањем за неколико пута, вишеструким упоређивањем, дистрибутивним својством множења, дељењем збира броје.

Саставите сами задатке за обуку, који се могу користити у исту срху.

Учитељ може користити различите методичке прилазе не само у задацима за обуку, већ и организацију активности ученика прилоком решавања задатака.

Размотримо могуће варијанте фронталног рада на промеру конкретног задатка.

• У трамвају се возило 40 путника. На свакој станици је излазило по 7 путника, а улазило два пута више. Колико путника је било у трамвају после треће станице?

Да би ученици боље схватили текст задатка, учитељ пише на табли изразе и поставља питање:

- Шта означавају следећи изрази, саствљени према услову задатка? (поступак објашњавања израза састављених према услову задатка)

$40 - 7$ $\quad$ $40 - 7 - 7$ $\quad$ $40 - 7 - 7 - 7$

$7 \cdot 2$ $\quad$ $(40 - 7) + 7 \cdot 2$ $\quad$ $7 \cdot 2 \cdot 2$ $\quad$ $7 \cdot 2 \cdot 3$

Поступак *објашњавања* израза може се допунити или заменити поступком *разматрања решења*. Ради тога, учитељ записује на табли различите варијанте решења (тачне, нетачне, потпуне, непотпуне) и обраћа се деци питањем_

- На која питања ће добити одговор, извршавајући следеће рачунске операције? (учитељ пише изразе на табли, не објашљавајући их)

а) 1) $7 \cdot 2 = 14$ (пут.) - улазило на свакој станици,
2) $44 - 7 = 33$ (пут.) - остало у трамвају, после изласка 7 путника,
3) $33 + 14 = 47$ (пут.) - број путника у трамвају после прве станице.
б) 1) $7 \cdot 3 = 21$ (пут.) - изашло на три станице,
2) $40 - 21 = 19$ (пут.) - толико би путника остало у трамвају, да су људи само излазили на станицама.
в) 1) $7 \cdot 2 = 14$ (пут.) - улазили на свакој станици,
2) $14 \cdot 3 = 42$ (пут.) - ушло на три станице,
3) $7 \cdot 3 = 21$ (пут.) - изашло на три станице.

Затим учитељ може преложити деци да самостално заврше једну од варијаната решења или да смисле као треба изменити питање у задатку, да би се његово решење могло представити на следећи начин:

1) $40 - 7 = 33$ (пут.)
2) $7 \cdot 2 = 14$ (пут.)
3) $33 + 14 = 47$ (пут.).

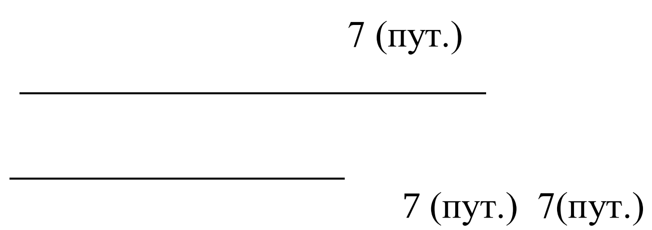
Деца мењају питање:

- Колико путника је било у трамвају после прве станице?

Учитељ може и сам променити питање задатка, и предложити деци да сама напишу решење. На пример, могуће је поставити оваква питања.

- Колико путника је било у трамвају после друге станице?
- Колико путника је било у трамвају после четврте станице?

Рад се може организовати и на други начин. Учитељ црта на табли схему и тражи од деце да је повежу са условом датог задатка.



Одговори ученика:

- Ви сте прво предстаили укупан број оутника у трамвају и показали да је 7 путника изашло. Затим сте нацртали дуж, која преставља путнике који су остали у трамвају, после изласка 7 путника. Трећа дуж показује колико је путника било у трамвају после прве станице.

Закључује се да је на првој станици број путника у трамвају повећан за 7.

Даље се утврђује, да ли дата схема одговара ситуацији у трамвају после друге станице; после трећестанице.

У резултату, запис решења задатка може бити комбинован: схема и две операције:

1) $7 \cdot 3 = 21$ (пут.)
2) $40 + 21 = 61$ (пут.)

Размотримо сада, на конкретном примеру, како се може организовати самостално решавање задатка уз каснију дискусију.

• У биоскопу има300 места. Колико места је остало слободно, ако је продато 90 карата за одрасле и два пута више карата за децу?

После читања задатка наглас, ученици почињу дага самостално решавају. За то им се даје најмање 8-10 минута.

Учитељ прати рад ученика, записајући на табли поступке решавања које је запазио у свескама. Понекад је корисно записати и неке поступке (или поступак), које ученици нису применили.

- Хајте да продискутујемо решење, која сам видео у вашим свескама- каже учитељ.

На пример, на табли пише:

а) 1) $90 \cdot 2 = 180$ (кар.)
2) $300 – 180 = 120$ (кар.)

Разматрајући овај начин решавања, деца коментаришу сваку операцију и већина њих закључује да се у решењу не види да је продато још 90 карата за одрасле.

Ученици завршавају решавање задатка, обављајући трећу рачунску операцију:

1) $90 \cdot 2 = 180$ (кар.)
2) $300 – 180 = 120$ (кар.)
3) $120 – 90 = 30$ (кар.).

Затим се разматрају још три начина решавања задатка. При томе се учитељ стара да привуче децу која су имала тешкоће при самосталном решавању задатка.

б) 1) $90 \cdot 2 = 180$ (кар.)	в) 1) $300 - 90 = 210$ (кар.)
2) $180 + 90 = 270$ (кар.)	2) $90 \cdot 2 = 180$ (кар.)
3) $300 - 270 = 30$ (кар.)	3) $210 - 180 = 30$ (кар.)

г) 1) $90 \cdot 3 = 270$ (кар.)
2) $300 - 270 = 30$ (кар.)

Да би се образложио последњи начин, потребно је нацртати схему:

90 (кар.)
Одрасли ________
Деца ______________________

Користећи ову схему, може се одредити колико је укупно продато карата за децу и одрасле:

$$90 \cdot 3 = 270 \text{ (кар.)}.$$

Постављање различитих задатака, у процесу чијег решавања ученици стичу искуство анализирања текста задатка, његове трансформације и састављања, има позитиван утицај на формирање умења решавања задатака. То међутим не искључује могућност коришћења у неким случајевима аналитичког, синтетичког и аналитичко-синтетичког начина растављања, кратког записа или представљања задатка у облику табеле.

Сваки пут треба пажљиво размислити какав методички поступак треба применити, организацију рада ученика, усмерен на тражење решења задатка.

На пример, није сврсиходно користити аналитички метод растављања при решавњу оваквог задатка.

• У кутији је било 12 зелених и 20 црвених жабица. Жабице су подељене деци – по 4 сваком. Колико деце је добило жабице?

Исто се може рећи и за синтетички метод растављања, који је повезан са постављањем питања:

- Шта представља број 12?
- Број 20?
- Број 4?

Ученици ће лако одговорити на та питања, али им то неће помоћи у решавању задатка.

У датом случају је, вероватно, ефективнији поступак упоређивања текста датог задатка са задатком, у коме је промењено питање:

- У кутији је било 12 зелених и 20 цревених жабица. Жабице су подељене деци – по 4 сваком. Колико деце је додило зелене жабице, а колико – црвене?етишу

Упоређивање текстова помоћи ће деци да се правилно орјентишу у ситуацију, описаној у задатку, и изаберу аритметичку операцију за његово решавање.

У истом циљу се може користити поступак трансформације текста, дајући деци задатак:

- Како треба изменити услов датог задатка, да би једнакост:

$$2 : 4 = 8 \text{ (жаб.)},$$

представљала његово решење.

Вежба – Подробно опишите могуће варијанте организације рада ученика у процесу решавања следећих задатака.

• Љиљана је сакупила 6 путавише листива клена од Ане, док је Нађа сакупила исто толико листива, као Љиљана и Ана заједно. Колико листива јесакупила Ана, ако је Наша сакупила 56 листова? Колико листова је сакупила Љиљана?

• У библиотеку је стигло 9 пакета књига, по 5 књига у сваком. На једнуполицу је стављено 15 књига, на другу – 6, док су остале књиге распоређане, подједнако, на још три полице. Колико књига је стављено на четврту полици?

• На такмичењу у веслану учествовало је 7 екипа, са по 5 чланова, а на стрељачком такмичењу . 6 екипа, сапо 9 чланова. На ком такмичењу је учествовало вишетакмичења и за колико?

Организација делатности ученика при обучавању за решавање задатака са пропорционалним величинама

Нарочиту тешкоћу за најмлађе ученике представљају задаци са пропорционалним величинама. Један од разлога за то лежи у чињеници да се појам "пропорционална зависност" посебно не изучава и не усваја.

- Веза између пропорционалних величина разјашњавају се помоћу решавања простих задатака у којима се одређује једна величина на основу вредности друге две величине (на пример, задатак у коме се одређује вредност робе на основу познатецене и количине).

Зато је при решавању простих задатакаса пропорционалним величинама целисходно користе како предходно размотрене методичке поступке обучавања за решевање задатака, тако и поступке који код ученка стумулише формирање престава о порпорционалној зависности величина.

У ове поступке спадају:

а) измена једног од података из задатка;

б) упоређивање решења задатака у којима се мења један од података;

в) Интерпретација задатака у облику схеме; запис задатка у обику табеле;

г) анализа текстова задатака са мањком и вишком података.

На пример, ученицима се могу дати задаци санедовољно података, при анализи којих они, користећи животно искуство, сами употревљавају термин "зависи".

• Маша је за 10 000 динара купила четкице за бојење и за 5 000 динара – оловке. Чега је Маша више купила: четкица или оловака?

• Маша је купила 5 свезака на квадратице и 2 блока. За шта је она дала више новаца: за свеске, или за блокове?

Анализирајући текстове ових задатака, ученици утврђују да немају довољно података за њихово решавање и да одговори на постављена питања зависе од цене предмета. Ученици одговарају:

- То зависи од тога, колико кошта 1 блок, 1 свеска, итд.

Да би се ученицима разјаснио математички смисао појма "зависи" потребно је утврдити како се мења једна величина у зависности од измене друге, при непромењеној трећој. У ту сврху се могу користити наведени задаци, уз допуну њихових услова. Такође се може, на пример, размотрити прост задатак са недовољно података.

• На тезгу је донето 6 гајбица поморанци. Колико килограма поморанци је донето на тезгу?

Ученици брзо утврђују да се на постављено питање не може одговорити, пошто са не зна маса једне гајбице. Корисно је представити ове величине у табели:

Маса једне гајбице (kg)	Количина гајбице (гајб.)	Укупна маса (kg)
	6	?

Деца допуњују услов и решавају задатак. Затим треба утврдити како ће се мењати укупна маса у зависности од измене масе једне гајбице, при њиховој сталној количини, или у зависности од измене гајбица, при сталној маси једне гајбице. За то је такође погодно користити табелу:

Маса једне гајбице (kg)	Количина гајбице (kg)	Укупна маса (kg)
3	6	18
6	6	36
9	6	54
12	6	72

Разматрајући табелу, потребно је претрести следећа питања:

- Која величина се не мења?
- Које величине се мењају?
- Колико пута је маса 6 гајбица већа од масе 12 гајбица?
- Зашто?
- Колико пута је маса 4 гајбице мања од масе 12 гајбица?
-

Аналогно посматрање треба извршити под условом промене броја гајбица, уз непромењену масу једне гајбице.

Зато је корисно размотрити обрнуту ситуацију, дајућидеци овакве задатак:

• 24 kg парадајза је распоређено у 2 гајбице, у 4 гајбице, у 6 гајбице, у 3 гајбице, у 8 гајбица. Колико килограма парадајза је стављено у једну гајбицу?

Маса једне гајбице (kg)	Количинагајбица (kg)	Укупна маса (kg)
?	2	24
?	4	24
?	6	24
?	3	24
?	8	24

При анализи ове табеле утврђује се:

- Која величина се не мења?
- Које величине се мењају?
- Како се оне међују?

Зависност између количине гајбица и масе једне гајбице при сталној укупној маси може се моделирати помоћу схеме. У ту сврху ученици цртају у свесци 5 дужи, дужине по 4 квадратића, које затим деле на 2, 4, 6, 3, односно 8 једнаких делова.

Аналиа схеме омогућава деци да схвате зависност између броја гајбица и масе једне гајбице при сталној укупној маси.

Коришћењем наведених матодички поступака при решавању простих задатака припремиће ученике за решавање сложених задатака са пропорционалним величимама.

Да деца не би формално прилазила решавању ових задатака, неопходно је варирати сталну величину у текстуалним задацима. Тада ћедете пажљиво пратити запис задатка у табели и његову схематску интерпретацију и они ће активирати њихову мисаому делатност. У противном случају, дете ће се орјентисати на образац.

Природно, такав прилаз решавању задатака са пропорционалним величинама је могућ само у случају ако је од самог почетка упознавања деце са текстуалним задацима, вођен усмерен рад на формирању умења анализирања задатака, утврђивања математичких односа, налажења веза између познатих и непознатих величина иповезивања текстуалног и схематског модела.

Ради уочавања пропорционалних величина у тексту задатка може се користити табела у чији се горњи део могу сатвити картице са називима различитих величина.

На пример:

- дужина једог комада жице,
- број делова,
- укупна дужина;

- брзина,
- време,
- растојање;

- време читања једне странице,
- број страница,
- укупно време;

- маса једне гајбице,
- број гајбица итд.
-

Цена (динара)	Количина (ком.)	Вредност (динара)

Ако су такве картице припремљене унапред, ученици могу сами изабрати међу њима оне које одговарају величинама које се помињу у задатку, припремити табелу за рад, а затим је самостално попунити (Конкретне величине, пишу се кредом натабли).

Покажимо могућност варирања сталне величине у задацима, који се уобичајено називају *задацима за налажење четвртог пропорционалног.*

• Од 24 m цица сашивено је 8 јастучница. Колико се таквир јастучница може сашити од 15 m цица?

Утрошак цица за једну јастучницу (m)	Количина јастучница (ком.)	Укупно утрошак материјала (m)
једнако	8	24
једнако	?	15

Радећи са табелом, неки учитељи орјентишу децу на спољашње карактеристике: у горњем реду су две величине – налазимо трећу. Сада су у доњем реду две величине – налазимо трећу.

Тоу случају кад није сасвим тачно. Нарочито у случају кад ученици решавају велику количину једнотипних задатака. Неки од њих обављају операције "препознајући" распоред бројева у табели и не поклањају потребну пажњу анализи такста задатка.

При решавању задатака са пропорционалним величнама корисно је користити схеме.

Представивши дужима укупан утрошак материјала – 24 m и 15 m (није потребно пазити на било какву размеру, важно је да деца разумеју да једна дуж мора бити дужа од друге), деца означавају малим дужима утрошак матријала за израду једне јастучнице (Ове дужи треба да буду једнаке).

24 m

15 m

Анализирајући схему потребно је обратити пажњу ученика на то, да једна иста дуж истовремено преставља и количину метара и количину јастучница (Укулико је више материјала, утолико је више јастучница; уколико је мања дуж, утолико је мања јастучница).

Сада се ова расуђивања могу проверити израчунавањем:

1) 24 : 8 = 3 (m)   2) 15 : 3 = 5 (j.)

Нарочит значај схематски модели имају при решавању задатака са обрнутом пропорционалношћу величина.

Размотримо, као пример, следећи задатак:

• На читање 5 страница Андреја утроши исто толико времена, колико и тата за читање 8 страница. За колико минута Андреја прочита једну страницу, ако тата прочита једну страницу за 5 минуте?

Приликом анализе текста корисно је поставити деци, на почетку, оваква питања:

- Ко брже чита, тата или Андреја?
- Зашто тако мислите?
- Ко утроши више (мање) времена за читање једне странице?
- Ко ће брже прочитати књигу од 9, 15, 20 страна, тата или Андреја?

- Може ли се, користећи услов задатка, одговорити на питање: за које време ће тата прочитати 8 страница? (Ако на читање једне странице он троши 5 минута, за читање 8 страница биће му потребно 8 пута више времена)

Ако уз задатка није дата готова схема, потребно је са ученицима размотрити начин њеног конструисања. У датом случају, погодно је представити једну страницу помоћу дужи, и записати изнад ње време које је потребно тати за њено читање:

5 мин.

Понављајући ту дуж 8 пута, добићемо дуж која преставља 8 страница, као и време које је тати потребно за њихово читање.

5 мин.

Сада се могу представити странице, које је прочитала Андреја.

- Има ли неко предлог? – пита учитељ.

Важно је размотрити све варијанте које прложе деца, а ако их нама – преложити неколико својих: нацртати дуж дужу или краћу од дате, а ученици треба да образложе зашто те варијанте не одговаају:

а) А. ________________   б) А. ________________________

5 мин. 5 мин.

Т. __________ Т. ________________

Ученици бирају схему:

А. ________________________

5 мин.

Т. ________________________

Дате дужи представљају веме које тата утроши за читање 8страница, а Андраја – за читање 5 страница. Време је једнако, зато су дужи једнаке дужине.

Сада треба на горњој дужи условно означити време, које Андреја утроши за читање једне странице (Ова дуж треба да буде дужа од доње мале дужи, јер за исто време тата прочита 8 страница, а Андреја само 5).

Потребно је размотрити са децом и овакво питање:

- На колико делова треба поделити дуж, да би се добила дуж која представља време за које Андреја прочита једну страницу? (При томе није обевезно поделити дуж на 5 једнаких делова, важно је само утврдити да ли ће она бити дужа или краћа од оне која представља време, за које тата прочита једну страницу).

Тек после тога може се попунити табела, да би деца боље схватила величине које се разматрају у задатку.

	Време читања једне странице (мин.)	Број страница (стр.)	Укупно време
Тата	5	8	једнако
Андреја	?	5	Једнако

Вежба - Опишите подробно организацију рада ученика у процесу решавања следећих задатака: