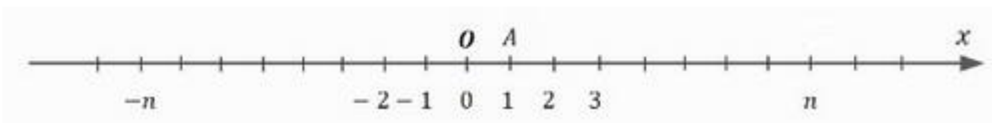
ЦЕЛИ БРОЈЕВИ

- Скуп целих бројева који означавамо са **Z** је скуп свих природних бројева, нуле и свих негативниг целих бројева.
- Цели бројеви су сви ,,округли“ бројеви без децимала, укључујући нулу, позитивне и негативне бројеве.
- $Z = \{\ldots,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\ldots\}$
- Целе бројеве можемо представити на бројевној правој.



- За два цела броја кажемо да су <u>супротни</u> нпр. 2 и (-2) ако су њима придружене тачке на бројевној правој на једнаком растојању од 0, али са различитих страна. Супротан број броју *a* је број -*a*. Супротан број броју –*a* је –(-*a*)=*a*. Збир два супротна броја једнак је 0. Број 2 зове се апсолутна вредност или модул броја 2 и броја (-2).

  <u>Дефиниција</u>: Апсолутна вредност или модул целог броја x у ознаци $|x|$ дефинише се на следећи начин:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{ако је } x > 0, \\ 0, & \text{ако је } x = 0, \\ -x, & \text{ако је } x < 0, \end{cases} \quad \text{тј. } |x| = \begin{cases} x, & \text{ако је } x \geqslant 0, \\ -x, & \text{ако је } x < 0. \end{cases}$$

- Апсолутна вредност је увек позитиван број и она представља растојање неког броја од 0 на бројевној правој. Супротни бројеви имају једнаку апсолутну вредност.

<u>Сабирање целих бројева</u>

- Збир два цела броја истог знака има тај исти знак, док је његова апсолутна вредност једнака збиру апсолутних вредности сабирака.

6 + 3 = 9   (оба броја позитивна и збир је позитиван)

- 6 – 3 = - 9 (оба броја негативна и збир је негативан)

- Збир два цела броја различитог знака и различитих апсолутних вредности има знак оног сабирка чија је апсолутна вредност већа. Апсолутна вредност збира једнака је разлици апсолутних вредности сабирака, где од сабирка са већом апсолутном вредношћу одузимамо сабирак са мањом апсолутном вредношћу.

6– 3 = 3 (збир има знак броја веће апсолутне вредности)

-6+3 = - 3 (збир има знак броја веће апсолутне вредности)

- Збир два супротна броја једнак је 0.

- Код сабирања целих бројева важи комутативни и асоцијативни закон:

$a+b=b+a$ комутативни закон за сабирање

$(a+b)+c=a+(b+c)$ асоцијативни закон за сабирање.

Множење целих бројева

- Апсолутна вредност производа два цела броја једнака је производу апсолутних вредности тих бројева.
- Ако су оба цела броја истог знака знак производа је ,,+“

$6\cdot 3=18$

$(-6)\cdot(-3)=18$

- Ако су бројеви различитог знака, онда је знак производа ,, - ,,.

$6\cdot(-3)=-18$

$(-6)\cdot 3=-18$

- За множење бројевима 0,1,-1 важе правила:

$0\cdot a=0$

$1\cdot a=a$

$-1\cdot a=-a$

- Код множења целих бројева важе особине комутативност, асоцијативност и дистрибутивност множења у односу на сабирање.

$a\cdot b=b\cdot a$ комутативни закон за множење

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ асоцијативни закон за множење

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ дистрибутивни закон множења према сабирању

Дељење целих бројева

Дефиниција: Количник целих бројева a и b $(b \neq 0)$ је цео број c (ако постоји) тј. $a : b = c$ ако је $a = b \cdot c$. У овом случају каже се да је a дељиво са b или b дели a у ознаци $b \mid a$.

- Апсолутна вредност количника два броја једнака је количнику апсолутних вредности тих бројева.
- Ако су два цела броја истог знака количник има знак „+“

  $6 : 3 = 2$

  $(-6) : (-3) = 2$

- Ако су два цела броја различитог знака, онда је знак количника „-„.

  $6 : (-3) = -2$

  $(-6) : 3 = -2$

- Количник 0 и неког броја једнак је 0, $\left(\frac{0}{a} = 0\right)$.
- Дељење нулом није дозвољено.

  Теорема: За било која два цела броја a и b постоји једнозначно одређени цели бројеви q и r за које важи:

  $a : b = q$ и остатак r

  тада је $a = b \cdot q + r$, где је q количник а r остатак $(r < b)$.

  Теорема: Број a је дељив бројем b ако и амо ако се при дељењу броја a бројем b добије да је остатак $r = 0$.

Прости и сложени бројеви

Дефиниција: За број кажемо да је прост ако је дељив само са собом и јединицом.

- Прости бројеви су: 2,3,5,7,11,13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47,...

Дефиниција: Број је сложен ако има више од два делиоца тј. ако није прост.

- Сложени бројеви су: 4,6,8,10,12,14,15,16,18,20,21,22,...

Дефиниција: Број један није ни прост ни сложен број.

Теорема Еуклида: Постоји бесконачно много простих бројева.

Правила дељивости бројева

Теорема: Број је дељив бројем 2 ако је паран тј. ако је последња цифра (цифра јединица) нека од цифара: 0,2,4,6,8.

- Бројеви дељиви бројем 2 су: 48, 56, 110, 234896, 359172...

Теорема: Број је дељив бројем 3 или бројем 9 ако је збир цифара тог броја дељив бројем 3 или бројем 9.

- Бројеви дељиви са 3 су: 18, 72, 54, 78, 1002, 8094, ...
  јер је нпр. 78

  7+8=15, број 15 је дељив бројем 3, па је и број 78 дељив бројем 3.

- Бројеви дељиви бројем 9 су: 81, 1386, 8874...
  јер је нпр. 8874

  8+8+7+4=27, број 27 је дељив са 9, па је и број 8874 дељив бројем 9.

Теорема: Број је дељив бројем 4 или бројем 20 или бројем 25 ако је број који означавају последње две цифре дељив са 4 или 20 или 25.

- Бројеви дељиви са 4 су: 20, 100, 140, 412, 704, 15412,...
- Бројеви дељиви са 20 су: 1400, 540, 169180,...
- Бројеви дељиви са 25 су: 45850, 308950, 1950, 18625, 4575,...

Теорема: Број је дељив са 8 или 125 ако је број који означавају последње његове три цифре дељив са 8 или 125.

- Бројеви дељиви са 8 су: 1168, 256, 2592, 260712,...
- Бројеви дељиви са 125 су: 1000, 5250, 790625,...

Теорема: Број је дељив бројем 6 ако је дељив бројем 2 и бројем 3.

- Бројеви дељиви бројем 6 су: 1104, 228, 870, 81408,...
  јер је нпр. 1104 дељив са 2 јер је цифра јединица паран број
  1+1+0+4 = 6 збир цифара овог броја је дељив бројем 3.

Теорема: Број је дељив бројем 7 ако се занемари његова цифра јединица и од остатка одузме двострука вредност занемарене цифре.

- Бројеви дељиви бројем 7 су: 98, 231, 623, 10213, ...
  јер је нпр. код броја 231 ако се занемари цифра јединица добија се број 23.
  Од броја 23 се одузме двострука вредност занемарене цифре $23-2\cdot 1=21$ дељиво са 7.

Теорема: Број је дељив бројем 11 када је разлика између збира цифара које стоје на непарним местима и оних које стоје на парним местима дељив са 11.

- Бројеви дељиви бројем 11 су: 33, 132, 495, 803, 862983, 8684016,...
  нпр. код броја 8684016 збир цифара на непарним местима је: 8+8+0+6=22,
  збир цифара на парним местима је: 1+4+6=11. Сада је 22-11=11 дељиво са 11.

Теорема: Број је дељив бројем 12 ако је дељив бројевима 3 и 4.

Теорема: Број је дељив бројем 15 ако је дељив бројевима 3 и 5.

1.	1) $(-32+28)\cdot(-5)-3=$ 2) $(-32+28)\cdot(-5-3)=$ 3) $-32+28\cdot(-5)-3=$ 4) $-32+28\cdot(-5-3)=$
2.	1) $(-3)\cdot(-4)+(-2)\cdot 8-5\cdot(-3)=$ 2) $7\cdot(-5)-3\cdot(-4)-2\cdot(-8)=$ 3) $(-8)\cdot(-1)+9\cdot(-1)-(-1)=$ 4) $(-1)\cdot(-12)+(-2)\cdot(-13)+8\cdot(-5)=$
3.	1) $-8\cdot(-6)+4\cdot(-13)=$ 2) $-14\cdot(12-17)+3\cdot(-35)=$ 3) $(-8-7)\cdot(-14+8)=$
4.	1) $(-18+72):9+(-27)-6\cdot 3=$ 2) $-18+72:9+(-27-6)\cdot 3=$
5.	1) $-72+72:(9+27)-6\cdot 3=$ 2) $-72-72:(9+27)-6\cdot(-4)=$
6.	1) $-3+3\cdot(-18+20)=$ 2) $12-3\cdot(-6)+4\cdot(9-19)=$

6.	3) $4\cdot(-4)-4\cdot(4-44)-4\cdot(44-4)=$ 4) $-6\cdot 9+4\cdot(-13)-9\cdot(-15)=$
7.	1) $-7-5\cdot\left(-8+12:(-4)\right)=$ 2) $(-7-5)\cdot\left(-8+12:(-4)\right)=$ 3) $-7-5\cdot\left((-8+12):(-4)\right)=$
8.	1) $\lvert-55\rvert-15:\lvert-5\rvert=$ 2) $-44-\lvert-5\cdot 24\rvert=$ 3) $-30:\lvert-11-19\rvert=$ 4) $\lvert 11\cdot(-6)\rvert+\lvert-1\rvert-66=$
9.	1) $-\left(12\cdot(-5-3)+9\right)=$ 2) $\left(-7-(-9+8)\cdot 17\right)\cdot(-4+6)=$ 3) $\left(-35+35\cdot(-3+1)\right)\cdot 4=$
10.	1) $\left((31-36)\cdot(-5)+56:(-8)\right):(-6)=$ 2) $(-28+10)\cdot(-1)-144:6-6^2=$ 3) $\lvert-88\rvert:(-8)-8^2:(-8)^2=$ 4) $\left((-528:11):(-6)\right):(-8)-\lvert-2\cdot 9\rvert=$

11.	1) $(-3)\cdot\left(-18+(-9+6)^2\right)=$ 2) $70:\left(\lvert-10\rvert+(-5)^2\right)=$ 3) $\left(\lvert-1\rvert-16:4^2\right)\cdot\lvert-24+9\rvert=$
12.	1) $\left((10-15)\cdot(-2)+64:(-8)\right):(-2)=$ 2) $\left(-111:3+(-2)^2\right)+(-11)=$ 3) $(46+16)\cdot(-1)-105:35-5^2=$
13.	1) $\lvert 26-152\rvert:(-6)+81:(-27)=$ 2) $\lvert-42\rvert:(-7)-72:(-6)^2=$ 3) $\left(225+\left(-335:\lvert-5\rvert\right)\right)\cdot(-10)=$
14.	1) $\left(\left(621:(-23)\right):(-9)\right):(-1)-\lvert-3\cdot 25\rvert=$ 2) $\lvert-48:(-6)\rvert\cdot(-24:2)+\lvert-288:12\rvert=$
15.	1) $-6-\left(-2+3\cdot(-5-6)\right)=$ 2) $46-36:\left(-11-2\cdot(5-6)\right)=$ 3) $-8-\left((-7+2)+\left(9:\left(-1-5\cdot(-2)\right)\right)-(-4-1)\right)=$

У СЛЕДЕЋИМ ЗАДАЦИМА НА ОСНОВУ ТЕКСТА САСТАВИ ИЗРАЗЕ И ИЗРАЧУНАЈ ЊИХОВУ БРОЈЕВНУ ВРЕДНОСТ

1. Производу бројева –102 и – 4 додај број – 85 .

2. Од количника бројева – 126 и 9 одузми број – 12.

3. Производ бројева 16 и – 8 увећај за количник бројева 108 и – 9.

4. Од броја – 200 одузми производ бројева 25 и – 8 .

5. Збир бројева – 32 и – 12 помножи њиховом разликом.

6. Количник бројева – 136 и 4 одузми од њиховог производа.

7. Разлику бројева – 34 и – 16 помножи њиховом збиром.

8. Производ бројева – 112 и 14 одузми од њиховог количника.

9. Производ бројева – 16 и 20 подели њиховим збиром.

10. Збир бројева 61 и - 15 одузми од количника бројева – 138 и – 3 .