СКУП ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА ДО 1 000 000

Изучавањем ове наставне целине треба остварити задатке и циљеве да ученици:

- умеју да читају, да записују и да упоређују природне бројеве до 1 000 000;
- да схвате класе јединица и хиљаде и разреде у оквиру тих класа, чиме се упознају и са неким својствима декадног бројевног система:
- умеју успешно да извршавају аритметичке операције са природним бројевима у оквиру до 1 000 000;
- да се оспособе да изводе закључке путем индукције, дедукције и аналогије, са уочавањем својстава изучених аритметичких операција које важе и при изучавању бројева до 1 000 000;
- да умеју да израчунавају бројну вредност израза у којима су заступљене до четири различите операције;
- да се оспособе за решавање текстуалних задатака за чије решавање примењују три различите операције;
- да прошире и продубе знања за својства аритметичких операција и да умеју вербално да их искажу.

Садржај ове наставне целине односи се на изучавање означавања бројева до 1 000 000, аритметичких операција у оквиру тог скупа бројева и њихова својства.

2.1.Означавање бројева до 1 000 000

У припремној етапи за изучавање ових наставних садржаја актуелизирају се знања ученика, и то:

- међусобни однос изучених декадних јединица – јединица, десетица стотина и хиљаду – колико јединица има и једној десетици, колико десетица има и једној стотини, а колико стотина има у једној хиљади и сл.,
- цифарску и месну вредност бројева до 1 000 – шта означава цифра 7 у сваком од бројева: 427, 572, 774 и сл., који број се састоји од 5 стотина, 7 десетица и 2 јединице,
- низ природних бројева преко одређивања претходника и следбеника датог броја,
- вежбе читања и писања нројева до 1 000,
- бројање унапред по 10, по 100, по 1 000 и сл.,

Упознавање бројева до 1 000 000 остварује се на основу:

- схватања 1 000 као нове декадне јединице,
- знање бројева до 1 000 и
- знање декадног бројевног система и записивање бројева до 1 000 у њему.

Прва етапа обраде ових наставних садржаја је означавање бројева до 10 000. Актуелизација потребних знања бројева већих од 1 000 постиже се са задацима: " допунити низ бројева: 995, 996, 997, ... ". Приликом решавања овог задатка ученици лако долазе до решења: 995, 996, 997, 998, 999, 1 000, при чему се истиче проблем да ли се овај низ завршава бројем 1 000? Када се констатује да после броја 1 000 следи његов следбеник, тј. 1 000 + 1 а затим његов следбеник итд., пажња ученика задржава се на 1 000 као декадне јединице, без коришћења термина декадна и записује као 1Х. По аналогији формирања целих десетица и целих стотина формирају се целе хиљаде – 2Х, 3Х, 4Х до 10Х. Притом посебну пажњу треба обратити на 10Х или 1ДХ, тј. 10Х = 1 ДХ, чиме се добија већа јединица која садржи десет нижих јединица. То се осмишљава помоћу задатака типа:

Пример: Допунити низ:

1 000, 2 000, 3 000, ... , 10 000;

4 000, 5 000, 6 000, ... , 10 000;

10 000, 9 000, 8 000, ... , 1 000.

Затим следи претстављање бројева до 10 000 у табели:

Табела 1

Хиљаде		-		Јединице	
СХ	ДХ	ЈХ	С	Д	Ј
					1
				1	0
			1	0	0
		1	0	0	0
	1	0	0	0	0

Табела 2

Хиљаде		-		Јединице	
СХ	ДХ	ЈХ	С	Д	Ј
		3	4	7	2
		1	0	2	7
		5	8	3	6

Тако у табели 1 претстављени су бројеви: 1, 10, 100, 1 000, 10 000, а у табели 2 бројеви:

3 472, 1 027, 5 836.

Саставни део вежби за утврђивање писања и читања бројева до 10 000 је писање бројева у развијеном облику и обрнуто, тј.:

7 235 = 7 000 + 200 + 30 + 5, односно 7 235 = 7Х 2С 3Д 5Ј, и обрнуто

4 000 + 700 + 20 + 1 = 4 721,

6Х 8С 2Д 3Ј = 6 823.

Писање и читање бројева до 1 000 000 уводи се по аналогији предходно изучених садржаја овог карактера са конкретнијим објашњавањем табеле, нарочито класе и разреде у декадном бројевном систему.

У припремним активности за читање и писање бројева до милион формирамо низове целих хиљада и десетица хиљада, да би се боље сагледала аналогија формирања виших декадних јединица:

1 000, 2 000, 3 000, ... , 10 000;

10 000, 20 000, 30 000, ... , 100 000; да би се дошло до низова:

100 000, 200 000, 300 000, ... , 1 000 000 и

1 000 000, 900 000, 800 000, ... , 100 000.

Сада се табела дели на класе и разреде и у њој се записује неколико бројева од којих почетни број треба да буде већ познат ученицима, односно број до 10 000 да би се могла искористити аналогија:

Од посебног је значаја овде схватање цифарске и месне вредности. Тако, у другом броју – 23 648 цифра 8 има вредност 8 јединица, у броју 584 250 цифра 8 има вредност 8 десет-хиљада, а цифра 5 вредност 5 стоина-хиљада, али и 5 десетица.

За прегледније приказивање бројева у декадном бројевном систему користе се разни облици помагала као што су на слици.

За осмишљавање читања и писања бројева до милион практикују се активности следеће садржине:

- читање написаног броја, прво у табели а потом без ње,
- писање бројева по диктату,
- одређивање месне и цифарске вредности за дату цифру у неком броју,
- одређивање претходника, односно следбеника датог броја,
- записивање бројева у развијеном облику и обрнуто, при чему се ради на два начина:

348 526 = 300 000 + 40 000 + 8 000 + 500 + 20 + 6 = 3 СХ + 4 ДХ + 8 Х + 5 С + 2 Д + 6Ј;
400 000 + 30 000 + 1 000 + 800 + 20 + 4 = 431 824,

4 СХ 3 ДХ 1 Х 8 С 2 Д 4Ј = 431 824,

- вежбе за разликовање класа и разреда – пример, која цифра стоји у разреду јединица-хиљада у броју 487 256; у ком разреду стоји цифра 7 у броју 487 256 и сл.,
- записивање највећег, односно најмањег броја помоћу задатих цифара – пример-са цифрама: 0, 1, 3, 7, 4 и 9 да се напише најмањи и највећи шестоцифрени број употребљавајући сваку цифру само једном,
- одређивање најмањег, односно највећег броја од датог броја цифара (одредити најмањи петоцифрен број, да се одреди највећи петоцифрен број, да се одреди најмањи шестоцифрен број и сл.),
- одређивање више бројева по величини (бројеве 97 245, 98 000, 237 426, 850 000, 849 985 поређај по величини полазећи од најмањег и сл.).

2.2.Сабирање и одузимање бројева до 1 000 000

Са изучавањем ове наставне целине треба да се остваре задаци са циљем да ученици:

- добију знања и умења за успешно извршавање писменог сабирања и одузимања вишецифрених бројева у оквиру милиона,
- уопштавају и систематизују знања за сабирање, одузимање и за својства тих операција,
- да се оспособе да изводе закључке по аналогији,
- да умеју да добијена знања примењују при решавању текстуалних задатака на основу ових операција и да решавају једначине на основу зависности између резултата и компонентата сабирања и одузимања,
- да се оспособе за вербално исказивање својстава сабирања и одузимања са умереном применом математичке терминологије.

Сабирање и одузимање у односу на скуп природних бројева до милион обрађује се истовремено, а уводи се на основу аналогије за сабирање и одузимање у оквиру до 1000. На тај начин дају се повољни услови да се одређена теоријска питања посматрају на основу узајамне везе између ових двеју операција, а њихова примена разумљива ученицима.

Припремна етапа за обраду ове наставне целине обухвата понављањ и утврђивање знања ученика усменог и писменог сабирања и одузимања у оквиру бројева до 1000. Таква припрема омогућава ученицима да самостално, на основу аналогије, да схвате и разумеју писмено сабирање и писмено одузимање вишецифрених бројева.

У првој етапи обраде ове наставне целине разматра се писмено сабирање и писмено одузимање без прелаза, с тим што се постепено повећавају бројеви цифара сабирака, односно умањеника и умањиоца.

Пример: (навести примере)

После решавања оваквих задатака води се разговор са ученицима у правцу да они сами изведу закључак да сабирање, односно одузимање почиње са јединицама и змеђу сабе се сабирају односно одузимају јединице исте класе.

У другој етапи обрађује се сабирања са прелазом, односно одузимање са прелазом. Питом са задаци постепено усложњавају тако што се на почетку посматрају случајеви када збир јединица у оба сабирка је 10, а затим да је већи од 10.

Пример: (навести пример као у књизи)

Када се обраде и случајеви који имају прелаз у више класа, потребно је решити неколико задатака у којима ће се израчунавати збир од више сабирака. Притом треба да се посматрају и случајеви када сабирци су бројеви са различитим бројем цифара.

Пример: Да се израчуна збир: 356472 + 3465 + 72260 +864?

У оваквом случају ученици прво требају да бројеве потпишу у колоне, при чему треба водити рачуна да јединице истог реда да буду у истој колини.

(решење)

И при обради одузимања иде се истим редоследом као за одузимање без прелаза: одузимање када је цифра јединица умањеника је нула и, на крају, када једна или више цифара умањеника је мања од цифара одгораваруjeће класе умањиоца.

Пример: (навести као у књизи)

Најсложенији случајеви одузимања су када умањеник је број који садржи у више класа 0.

Пример: 703 500 – 468 523, 400 000 – 193 548 и сл.

При обради одузимања треба практиковати проверу добијеног резултата преко израчунавања збира разлике и умањиоца, при чему као резултат треба да се добије умањеник. На тај начин, поред оспособљавања ученика да врше проверу добијеног резултата, дубље схватају везу између сабирања и одузимања.

2.3.Множење бројева до 1 000 000

Са изучавањем ове наставне целине треба да се реализују задаци са циљем ученици:

- да понове и утврде знања за усмено и писмено множење у оквиру 1 000,
- да добију знања за множење вишецифрених бројева са једноцифреним, двоцифреним и троцифреним бројем,
- да формирају умење и навику за примену добијених знања у новим ситуацијама учења и за решавање текстуалних задатака, чије решавање се своди на примену множења вишецифреног броја са једноцифреним, двоцифреним и троцифреним бројем,
- продубљено схватање веза између компонентама (чиниоца) и резултата (производа) множења, као и својства множења: комутативност, асоцијативности и дистрибутивност множења у односу на сабирање и у односу на одузимање,

- да формирају умења и навике да уочена својства и закључке вербално исказују, са умереном применом математичке терминологије и да образложе резулате израчунавања и решавања задатака.

Припремна активност за обраду ове наставне целине треба да обухвата:
- претстављање збира једнаких сабирака као производ од једнаких сабирака и обрнуто,
- утврђивање усменог и писменог множење у оквиру 1 000,
- утврђивање специјалних случајева множења, конкретно множење када је један чинилац у производу један од бројева 1 или 0,
- дистрибутивност множења у односу на сабирање.

Множење у односу скуп природних бројева до 1 000 000 обрађује се у четири етапе, и то:
- прва етапа – нека својства множења,
- друга етапа – множење вишецифрених бројева са једноцифреним бројем,
- трећа етепа – множење вишецифрених бројева са двоцифреним бројем,
- четврта етапа – множење вишецифрених бројева троцифреним бројем.

У првој етапи обрађују се следећа својства множења:

а) Комутативност множења

Ово својство множења изводи се инуктивним путем, односно решавањем неколико примера из којих се изводи општи закључак.

Пример: $5 + 5 + 5 = 15$, $3 \cdot 5 = 15$

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$, $5 \cdot 3 = 15$, односно $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$.

На основу посматраног примера врши се уопштавање: "Ако чиниоци замене места, производ се неће мењати".

Затим се иде дедуктивним путем, уошти закон се примеује на појединачне случајеве.

б) Множење са 1 и са 0

Као и у претходном случају, на неколико појединачних случајева изводимо општи закључак:

$1 \cdot 5 = 5 \cdot 1 = 5$, $30 \cdot 1 = 1 \cdot 30 = 30$, $1 \cdot 724 = 724 \cdot 1 = 724$;

$6 \cdot 0 = 0 \cdot 6 = 0$, $0 \cdot 8 = 8 \cdot 0 = 0$, $426 \cdot 0 = 0$ итд.;

"Ако је један од чиниоца производа два бројева 1, тада је производ једнако другом чиниоцу", односно "Ако је један чинилац датог производа 0, тада је и производ једнак 0".

в) Асоцијативност множења

На основу израчунавања производа три цинилаца на два начина, ученици индуктивним путем треба да дођу до закључка да "призвод на зависи од начина груписања чинилаца".

Пример: Израчунати производ: $4 \cdot 3 \cdot 6 = ?$

I начин: $4 \cdot 3 \cdot 6 = (4 \cdot 3) \cdot 6 = 12 \cdot 6 = 72$

II начин: $4 \cdot 3 \cdot 6 = 4 \cdot (3 \cdot 6) = 4 \cdot 18 = 72$, односно $(4 \cdot 3) \cdot 6 = 4 \cdot (3 \cdot 6)$.

Потоб се дедуктивним путем изводи опште својство са применом на појединачне случајеве. Када се изуче комутативност и асоцијативност множења, погодно је решити неколико задатака типа: "Израчунати на најједноставнији начин производ $4 \cdot 57 \cdot 5$". У овом случају ученици треба да уоче да најједноставније овај производ може да се израчуна ако чиниоце групишемо на следећи начин:

$4 \cdot 57 \cdot 5 = (4 \cdot 5) \cdot 57 = 20 \cdot 57 = 1\ 140$.

На тај начин ученици ће више прихватити ова својства зато што су практично применљива и доприносе економичности и олакшава множење.

г) Дистрибутивност множења у односу на сабирање

И у овом случају извођење својства врши се индуктивним путем, израчунавањем на два начина бројне вредности датог израза. Погодно је да израз произиђе из задатка са садржином из свакодневног живота, да би се допринело мотивисању ученика за новим знањима.

Пример: У IV разреду једне школе имамо три одељења. У сваком одељењу има по 16 девојчица и по 14 дечака. Колико укупно ученика четвртог разреда има у тој школи?

Из анализе задатка треба да произућу два начина решавања овог задатка, и то:

I начин: $(16 + 14) \cdot 3 = 30 \cdot 3 = 90$, односно сабирањем бројеви девојчица и дечака добија се број ученика једног одељења. Ако се тај број помножи са 3, добија се укупан број ученика четвртог разреда у школи.

II начин: $16 \cdot 3 + 14 \cdot 3 = 48 + 42 = 90$, односно израчунава се број девојчица у три одељења, а затим и број дечака у тим одељењима а затим се ти производи саберу.

Одатле се изводи закључак да је:

$(16 + 14) \cdot 3 = 16 \cdot 3 + 14 \cdot 3$.

Ово својство множења ученици треба добро да схвате будући да ћи бити основа за обраду множења са једноцифреним и двоцифреним бројем.

5.1.1. Писмено множење вишецифреног броја једноцифреним бројем

Припремна етапа за обраду ових наставних садржаја треба да обухвате понављање раније изучаваних материјала који се односе на множење двоцифреног и троцифреног броја са једноцифреним чиниоцем.

Основа за извођење поступка множења вишецифрених бројева са једноцифреним бројем је дистрибутивност множења према сабирању. На почетку ученици могу да раде самостално, применом добијених знања за усмено множење, записивање вишецифрених бројева у развијеном облику, као и дистрибутивност множења у односу на сабирање.

Пример:

$324 \cdot 2 = (300 + 20 + 4) \cdot 2 = 300 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 600 + 40 + 8 = 648$,

$23\ 124 \cdot 2 = (20\ 000 + 3\ 000 + 100 + 20 + 4) \cdot 2 = 20\ 000 \cdot 2 + 3\ 000 \cdot 2 + 100 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 40\ 000 + 6\ 000 + 200 + 40 + 8 = 46\ 248$.

Писмено множење вишецифрених бројева са једноцифреним чиниоцем ученици треба да схвате као скраћи начин израчунавања производа у односу на претходни, као и да се сагледа да се и тамо примењују иста правила. То се обрађује аналогијом са писменим множењем у оквиру 1 000 које ученици ће знају. Поред тога, полази се од задатака који је ученицима познат, а затим се постепено повећава број цифара у вишецифреном броју.

Пример:

238 · 4	3 287 · 2	24 365 · 5	
______	_________	_________	, итд.
952	6 574	121 825	

Ученици по аналогији прихватају да у свим случајевима множење почиње са јединицама и завршава стотинама продужују са јединицама хиљада, затим десетице хиљаде итд.

Утврђивање добијених знања из ових наставних садржаја врши се преко решавања следећих типова задатака:

- нумерички задаци множења троцифреног, четвороцифреног, петоцифреног или шетоцифреног броја са једноцифреним чиниоцем,
- израчунавање бројне вредности израза као што су: (7 856 + 21 475) · 6, (25 684 + 31 825) · 4 и сл.,
- решавање једначина типа: x : 7 = 15 648,
- решавање неједначина типа: " Одредити скуп бројева у коме припада x, ако је: 32 48 · 6 > x > 195 279",
- текстуални задаци за чије решавање треба применити множење вишецифрених бројева са једноцифреним чиниоцем.

Множење са двоцифреним чиниоцем

Увођење множења са двоцифреним бројем заснива се на правилу множења збира бројем, односно на основу дидтрибутивности множења у односу на сабирање. То се обрађује у три етапе, и то:

- прва етапа – множење са бројем 10,
- друга етапа – множење са целим десетицама и
- трећа етапа – множење са двоцифреним бројем.

Множење са 10 уводи се на следећи начин:
23 · 10 = (20 + 3) · 10 = 20 · 10 + 3 · 10 = 200 + 30 = 230,
457 · 10 = (400 + 50 + 7) · 10 = 400 · 10 + 50 · 10 + 7 · 10 = 4 000 + 500 + 70 = 4 570, где се 400 · 10 израчунава као 4С · 10 = 40С = 4 000, односно 50 · 10 је 5Д · 10 = 50Д = 500.

После решавања неколико сличних примера (задатака) ученици ће на основу индукције закључити да: "Дати број се множи са 10 тако што му се допише број 0". Када се изведе општи закључак, поступак се скраћује, односно израчунавање производа се врши директном применом правила.

Пример: 37 · 10 = 370, 426 · 10 = 4 260, 23 750 · 10 = 237 500 и сл.

На основу изведеног правила за множење са 10 и асоцијације множења, обрађује се множење са целом десетицом.

Пример: 284 · 60 = 284 · (6 · 10) = (284 · 6) · 10 = 1 704 · 10 = 17 040, односно "дати број се множи са бројем десетица и добијеном производу дописује се 0".

Тиме су задате претпоставке за обраду множења са двоцифреним бројем.

Пример: Израчунати производ 428 · 36 =?

Израчунавање вршимо на два начина:

428 · 36 = 428 · (30 + 6) = 428 · 30 + 428 · 6 = 12 840 + 2 568 = 15 408, тако што збир израчунавамо потписивањем сабирака једног испод другог, односно:

$$\begin{array}{r} 2\ 586 \\ +\ 12\ 840 \\ \hline 15\ 408 \end{array}$$

Други начинСа указивањем да се прво записује производ датог броја и броја јединица двоцифреног броја. Затим наставник "предлаже" да се множење изврши скраћеним начином и то са директним потписивањем сабирака и зостављањем нуле у сабирку који је добијен као производ броја десетица и датог броја:

428 · 36

$$
\begin{array}{r}
\hline
2568 \\
+\ 1284 \\
\hline
15\,408
\end{array}
$$

Упоређивањем ова два начина множења ученици ће прихватити други начин као краћи а то је мотив да се уложи напор да се он научи. Међутим, треба добро нагласити да множење почиње са јединицама, затим се врши множење са десетицама при томе се записивање започиње испод десетица, зато што се изоставља нула целе десетице при множењу са десетицом.

За утврђивање знања из овог садржаја потребно ја да се реше задаци следећих типова:

- множење троцифрених, четвороцифрених и петоцифрених бројева са двоцифреним чиниоцем-нумерични задаци,
- решавање једначина типова: $x : 24 = 268$, $x + 250 = 125 \cdot 32$,
- решавање текстуалних задатака за чије решавање се примењује множење вишецифрених бројева са двоцифреним чиниоцем и сл.

2.4.Дељење бројева до 1 000 000

У методичкој литератури постоје два приступа обради дељења до милион. Према неким ауторима множење и дељење треба да се обрађују паралелно, односно после одраде множења са једноцифреним чиниоцем да се обради дељење са једноцифреним делиоцем, са обрадом множења са 10 да се обради дељење са 10 итд. Други аутори, пак, сматрају да прво треба обрадити множење као наставну целину а затим да се пређе на дељење. За ниједан приступ не може се тврдити да даје веће ефекте од другог. Код нас је прихваћен други приступ тј. множење и дељење у оквиру бројева до милион да се обраде као посебне наставне целине.

Припремна етапа за обраду ове наставне целине треба да обухвати:

- везу између дељења и множења – из $8 \cdot 5 = 40$ следи $40 : 8 = 5$ и $40 : 5 = 8$,
- специјалне случајеве дељења – $a : 1 = a$, $a : a = 1$, $0 : a = 0$, и немогућност нуле да буде делицац,
- решавање једначина типова: $a : x = b$, $x : a = b$ и $a \cdot x = b$,
- дистрибутивност дељења у односу на сабирање, са израчунавањем бројне вредности израза типа $(35 + 21) : 7$,
- вежбање усменог и писменог дељења троцифреног броја са једноцифреним, при чему треба посматрати и случајаве дељења са остатком.

Већу пажњу у припремној етапи треба посветити усменом дељењу троцифреног броја са једноцифреним делиоцем и записивању дељеника у развијеном облику.

Пример: $240 : 4 = (200 + 40) : 4 = 200 : 4 + 40 : 4 = 50 + 10 = 60$,

$639 : 3 = (600 + 30 + 9) : 3 = 600 : 3 + 30 : 3 + 9 : 3 = 200 + 10 + 3 = 213$ и сл.

Поред усменог дељења, значајну пажњу у припремној етапи, треба посветити писменом дељењу са једноцифреним делиоцем, будући да то треба да послужи као основа за аналогију која треба да се примени у каснијој обради дељења.

У првој етапи обраде дељења у оквиру милиона обрађују се специјални случајеви дељења: дељење код кога је дељеник нула, дељење са 1, дељење када су дељеник и делилац једнаки, обрађује се и дистрибутивност дељења у односу на сабирање и одузимање.

а) Дељење када је дељеник једнак 0

На неколико примера (0 : 5, 0 : 50, 0 : 2500) ученици, индуктивним путем, треба да закључе да: "Ако је дељеник 0, тада је и количник једнак 0". Сваки од ових случајева приказује се на следећи начин: 0 : 5 = 0, будући да је 0 · 5 = 0.

Овде треба напоменути да са нулом се не дели, без да се дају објашњења зашто је то тако, будући да ученици тог узраста не могу да схвате суштину тог објашњења.

б) Дељење са бројем 1

При обради овог случаја дељења полази се од одређивања броја који помножен са делиоцем, тј. са 1 даје производ једнак дељенику.

Пример: У количнику 25 : 1 треба наћи број који помножен са 1 даје производ 25, одакле се закључује да је 25 : 1 = 25, будући да 1 · 25 = 25. Да би се извео општи закључак дају се још неколико примера на основу којих ученици, индуктивним путем, генерализују да: "Ако је делилац 1, тада је количник једнак дељенику".

в) Дељење када су дељеник и делилац једнаки

И у овом случају као методичка основа узима се конкретно-индуктивни приступ, односно на основу неколико конкретних примера ученици уочавају опште правило.

Пример: 8 : 8 = 1, будући је 8 · 1 = 8, 358 : 358 = 1, будући је 358 · 1 = 358, 10000 : 10000 = 1, будући је 10000 · 1 = 10000.

Из примера, ученици треба да дођу до следећег закључка: "Ако су дељеник и делилац једнаки, тада је количник једнак 1".

г) Дистрибутивност дељења у односу на сабирање и на одузимање

Дистрибутивност дељења у односу на сабирање и на одузимање обрађује се на сличан начин као и дистрибутивност множења у односу на сабирање. Наиме, ученици треба да израчунавају на два начина бројну вредност израза типа: (35 + 21) : 7.

Први начин за њих је једноставан, будући да заграда одређује да се прво изврши сабирање и затим дељење: (35 + 21) : 7 = 56 : 7 = 8.

Међутим, ученици имају одређено искуство за израчунавање бројне вредности датог израза на други начин, односно: (35 + 21) : 7 = 35 : 7 + 21 : 7 = 5 + 3 = 8.

На основу неколико сличних примера, ученици могу извести закључак: "Збир се дели са датим бројем тако што се израчуна збир а затим добијени збир дели са датим бројем" – први начин, или "Збир се дели датим бројем тако што се сваки сабирак дели тим бројем а затим добијене количнике сабирамо".

На исти начин се обрађује и дидтрибутивност дељења у односу на одузимање.

Пример: (54 – 24) : 6 = 30 : 6 = 5 (први начин),

(54 – 24) : 6 = 54 : 6 – 24 : 6 = 9 – 4 = 5 (други начин).

Од ученици треба да се тражи да се ово правило и вербално исказује.

Дељење са једноцифреним бројем

Обрада дељења са једноцифреним бројем у оквиру милиона треба започети са дељењем троцифреног броја са једноцифреним бројем, будући да је то већ изучено у оквиру обраде писмених операција у оквиру бројева до 1 000, да би се ново знање заснивало на већ добијеном, као и да се добију потребне претпоставке за закључивање по аналогији.

После обрад алгоритма дељења вишецифрених бројева са једноцифреним бројем, ученици треба да схвате ред по коме се оно спроводи.

Пример: Израчунати количник бројева 17 752 и броја 7?

Поступак је следећи:

- количник се записује и чита – 17 752 : 7,
- дељење започиње са највишом јединицом, односно одређује се први деони (делумен) дељеник: "једна десетица хиљада не може да се дели са 7; 1ДХ = 10ЈХ, 10Јх + 7ЈХ = 17ЈХ,
- деони дељеник 17 дели се са 7, тј. број 7 у броју 17 садржи се 2 пута и у количнику записујемо 2,
- одређује се остатак дељења 17 са 7, тј. 2 · 7 = 14, 17 – 14 = 3, што значи да су остале неподељене 3ЈХ,
- формирамо наредни деони дељеник – 3ЈХ = 30С, 30С +7С = 37С.
- нови деони дељеник 37 дели се са 7, тј. 37 : 7 = 5 и остатак 2, односно остају неподељене 2 стотине итд.
- овај поступак се наставља до формирања деоног дељеника од јединица, у случају то је 42,
- дељењем броја 42 са 7 добијамо 6, што је најнижа јединица (класа јединица) у количнику,
- будући да је 6 · 7 = 42 и 42 – 42 = 0, дељење је без остатка,
- на крају се врши провера дељења са обрнутом операцијом – множењем, тј. 2536 · 7 = 17752.

То се записује на следећи начин:

17752 : 7 = 2536 (исписати поступак)

После решавања задатка, поступак се објашњава још једанпут, а затим са дају слични задаци за самосталан рад ученика, са одговарајућим упуствима наставника и обезбеђивање повратне информације за успешност рада. Међутим, потребно је да се реши и пример-задатак у коме формирани делимични (делумен) дељеник од нише класе је мањи од делиоца.

Пример: 354256 : 5 = 70853 (исписати поступак)

Као посебан случај треба да се посматра дељење када је једна или више нула дељеника се преноси у количник.

Пример: 231600 : 6 = 38600 (исписати поступак)

Последње две нуле директно се преносе у количник будући да 0 подељена са било којим бројем даје количник 0.

У наредној етапи обраде дељења са вишецифреним бројем посматра се дељење са остатком. Значајно је да се ту укаже на записивање дељења са остатком и начина којим се врши провера.

Пример: 378574 : 8 = 47321 (остатак 6), односно

378574 = 8 · 47321 + 6 или 47321· 8 + 6 = 378574.

Дељење са двоцифреним бројем

Дељење са двоцифреним бројем обрађује се у три етапе, и то:

- дељење са 10,
- дељење са целим десетицама и
- дељење са двоцифреним бројем.

Припремне активности за обраду у првој етапи, дељење са 10, обухвата понављање множења са 10. Тиме треба да се зада основа за "процену" колико пута број 10 се садржи у неком броју, а може да се искористи веза између множења и дељења за обраду нових садржаја.

Пример: Из $45 \cdot 10 = 450$, следи да је $450 : 10 = 45$, тј.

$450 : 10 = 45$ (исписати поступак)

После решавања неколико примера, ученици треба да изведу закључак да "Бројеви који се завршавају са једном или више нула деле се са 10 тако што се од броја изоставља нула која је у класи јединица а број који образују цифре из других класа записује се као колочник".

Затим се решавају неколико задатака у којима се количник израчунава директно, на основу претходног уопштавања.

Пример: $2560 : 10 = 256$, $47800 : 10 = 4780$, $25000 : 10 = 2500$ итд.

Затим се посматра и случај када се при дељењу са 10 јавља остатак.

Пример:

$5472 : 10 = 547$ (остатак 2) (исписати поступак)

Поступак дељења вишецифреног броја са целим десетицама објашњава се на исти начин као и дељење са једноцифреним бројем.

Пример: $47250 : 30 = 1575$ (исписати поступак)

Истим поступком обрађује се дељење са двоцифреним бројем.

Пример: $17504 : 32 = 547$ (исписати поступак)

Први делумен дељеник је 175, будући да 1 десетица хиљада не може да се дели са 32, а исто тако и 17 хиљада, 175 стотина подељено са 32 једнако је 5, у количнику записујемо 5, итд.

После тога треба решити неколико задатака у којима се "спуштањем" неке цифре добијамо делумен дељеник мањи од делиоца, као и дељење са двоцифреним бројем са остатком.

Пример: $8568 : 42 = 204$, $49263 : 36 = 1368$ (остатак 15) итд.

За утврђивање садржаја из ове наставне целине треба да се практикују активности следећих типова:

- нумерички задаци у којима ће се сретати сви могући случајвени дељења вишецифрених бројева са једноцифреним и двоцифреним бројем,
- решавање једначина типова: $a \cdot x = b$, $a : x = b$ и $x : a = b$,
- налажење дела броја израженог разломком,
- израчунавање бројне вредности израза у којима су заступљене више аритметичких операција, међу којима и дељење са једноцифреним и двоцифреним бројем,
- решавање текстуалних задатака у којима су заступљени различити случајеви дељења са једноцифреним и двоцифреним бројем.

После обраде свих аритметичких операција у оквиру милиона, треба посветити посебну пажњу реду операција у изразима у којима је заступљено више операција. Притом не треба оперисати са стручним терминима операција првог реда и операција другог реда, већ да се напомене да "ако и једном бројном изразу има више операција, тада треба прво да се изврше операције множења и дељења, а затим операције сабирања и одузимања".

Пример: $238 + 12 \cdot 5 = 238 + 60 = 298$,

$12600 : 2 - 36 \cdot 65 = 6300 - 2340 = 3960$ и сл.

Овде, исто тако, треба указати на функцију заграда у бројним изразима, односно да предности при решавању израза имају операције дефинисане са заградама.

Пример: (2400 – 900) : 50 = 1500 : 50 = 30,
2400 – 900 : 50 = 2400 – 18 = 2382 и сл.